

## INTRODUCTION

L'un des problèmes posé par la sûreté des Réacteurs à Eau sous Pression concerne la *condensation dans l'enceinte* de la vapeur relâchée à la suite d'une rupture accidentelle du circuit primaire. Faisant suite aux expériences ECOTRA réalisées au Service des Transferts Thermiques, une étude théorique de base a été entreprise sur la condensation d'une vapeur en présence d'un *gaz incondensable*. Le but de cette étude est double :

- (i) interpréter les résultats d'ECOTRA (échelle réduite)
- (ii) donner les éléments pour évaluer à grande échelle le *flux de chaleur* absorbé par des parois froides durant la condensation, ainsi que la part de ce flux qui entraîne la *désurchauffe de la vapeur* relâchée.

Le présent rapport est une analyse critique d'une sélection bibliographique appropriée qui devrait permettre le choix ou l'élaboration de lois destinées soit à être testées avec l'expérience ECOTRA, soit à être utilisées dans un code de sûreté à l'échelle du R.E.P.

La sélection effectuée correspond à l'attitude présumée de l'ingénieur chargé des problèmes de sûreté. Le flux de chaleur qui atteint la paroi froide donnée a dû franchir un réseau de résistances thermiques dont certaines sont soit négligeables devant la résistance équivalente du réseau, soit majorables par des valeurs approchées lorsque leurs valeurs réelles sont inconnues ou peu fiables. On obtiendra ainsi une minoration du flux de chaleur.

Nous passons successivement en revue la condensation en gouttes, la condensation laminaire en film dans les trois cas où la convection dans le mélange vapeur-incondensable est naturelle, forcée ou mixte, i.e. à la fois forcée et naturelle, l'effet des vagues à la surface du film. Faute de travaux sur le sujet nous n'avons pas abordé le problème théorique du *film turbulent*, couplé avec une couche limite dans le mélange gazeux. Pour le film turbulent ruisselant dans un milieu de *vapeur pure* au repos, tous les livres spécialisés donnent des corrélations du flux de chaleur en fonction du nombre de Reynolds du film. Enfin et surtout nous avons examiné le problème de la convection turbulente dans le mélange gazeux, forcée ou naturelle, et établi comment corriger le défaut d'analogie lorsque les transferts à l'interface sont importants.



## CHAPITRE 1

### CONDENSATION EN GOUTTES

#### 1.1. Description qualitative du phénomène

Lorsqu'une vapeur se condense sur une paroi froide, le condensat peut revêtir l'aspect d'un ensemble de gouttes. Il est aujourd'hui universellement accepté que l'apparition des gouttes se produit de façon préférentielle en certains points de la paroi : les sites de nucléation. Entre les gouttes, se trouve une couche de condensat de taille moléculaire sur laquelle aucune condensation n'a lieu.

Après sa naissance par nucléation, une goutte grossit par condensation, puis par coalescence avec ses voisines. Quand elle a atteint une taille trop importante, elle se décroche de la paroi verticale, en laissant dans son sillage une zone nue, où la nucléation d'autres gouttes se produit.

#### 1.2. Méthodes de calcul du coefficient d'échange

La théorie cinétique est utilisée pour connaître le taux net de condensation de vapeur sur une goutte. On utilise ensuite un modèle de goutte sphérique pour calculer l'accroissement de son rayon  $r$  dû à la condensation.

Umur et Griffith (1965) arrivent ainsi à calculer le coefficient d'échange  $h$  entre la vapeur et le liquide :

$$h = \frac{2\gamma}{2-\gamma} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{\mathcal{L}^2 p_V^{SAT}}{R^{3/2} T_V^{5/2}} \left(1 - \frac{r^*}{r}\right) \quad (1.1)$$

où  $\gamma$  est la fraction de molécules incidentes condensées,  $\mathcal{L}$  la chaleur latente de vaporisation,  $p_V^{SAT}$  la pression de saturation,  $R$  la constante du gaz,  $T_V$  la température de la vapeur,  $r^*$  le rayon critique et  $r$  le rayon. Ce dernier est fourni par un bilan thermique. Il reste cependant une incertitude pour la valeur de  $\gamma$  et celle du rayon critique  $r^*$ . La valeur de  $\gamma$  est très controversée : on trouve des valeurs comprises entre 0.04 et 1. Reisbig et Lay (1970) donnent  $r^*$  :

$$r^* = \frac{2 \sigma V_L}{R T_V \ln (p_V / p_V^{SAT})} \quad (1.2)$$

où  $\sigma$  est la tension superficielle liquide-vapeur,  $V_L$  le volume spécifique du liquide,  $p_V$  la pression autour de la goutte.

Une inconnue reste encore, la distribution de la taille des gouttes sur la surface de condensation. Rose (1967) propose une distribution de la forme :

$$\alpha = 1 - \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^{1/n} \quad (1.3)$$

où  $\alpha$  est la fraction de surface couverte par des gouttes dont le rayon est compris entre  $r$  et  $\hat{r}$ .  $\hat{r}$  est le rayon maximum d'une goutte,  $n$  est une constante.

Comme on le constate, l'étude de la condensation en gouttes est très complexe. Pour s'en convaincre davantage, examinons la théorie que nous propose Mikic (1969) : les gouttes effectuant un écran thermique, la température de la paroi sera plus forte en dessous des gouttes que sous la zone nue. A l'intérieur de la paroi, les lignes de flux de chaleur seront déviées par les gouttes. Cela rajoute une résistance thermique supplémentaire : la résistance de constriction. Mikic établit que cette résistance peut atteindre 80 % de la résistance totale dans le cas d'une paroi en acier inox.

### 1.3. Présence d'incondensables dans la vapeur

Face à la complexité du calcul du coefficient de transfert relatif aux gouttes, il est utile d'évaluer son importance par rapport à celui du mélange gazeux. Or Hannemann (1977) fait justement remarquer que lorsque la vapeur contient des incondensables, ceux-ci s'accumulent au voisinage de la paroi, créent une résistance thermique beaucoup plus importante que celle due aux gouttes.

C'est la raison pour laquelle nous ne traiterons pas davantage du problème de la condensation en gouttes.

## CHAPITRE 2

### CONDENSATION EN FILM - CONVECTION NATURELLE LAMINAIRES

#### 2.1. Présentation du phénomène

Nous analysons la condensation d'un mélange air-vapeur le long d'une plaque plane verticale. Le mélange sera plus riche en air et plus froid au voisinage de l'interface film liquide-gaz et il y sera donc plus dense qu'au loin de l'interface. Du fait de la gravité il apparaîtra une couche limite de convection naturelle dans le gaz vers le bas (figure 2.1).

#### 2.2. Méthodes utilisées

Les auteurs résolvent les équations de conservation dans le film, à l'interface et dans le mélange, munies des conditions aux limites appropriées.

##### i) Dans le film liquide

Akers et al. (1960), Sparrow et Lin (1964) utilisent la solution de Nusselt où la température d'interface  $T_i$  est inconnue :

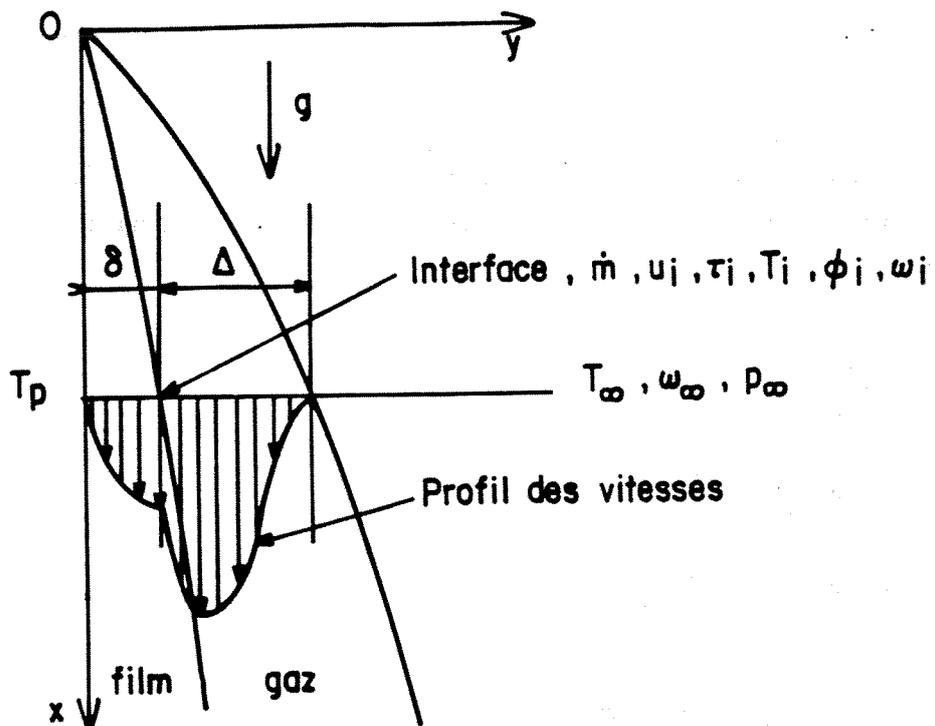


Figure 2.1 : Condensation en convection naturelle

$$Nu_L = \left( \frac{1}{4} \frac{Ar_L}{Sp_L} \right)^{1/4} \quad (2.1)$$

où l'on a par définition :

$$\left. \begin{aligned} Nu_L &\triangleq \frac{\phi_L x}{k_L (T_i - T_p)} \\ Ar_L &\triangleq \frac{\rho_L (\rho_L - \rho) g x^3}{\mu_L^2} \\ Sp_L &\triangleq \frac{k_L (T_i - T_p)}{\mu_L \mathcal{L}} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Minkowycz et Sparrow (1966) écrivent les équations de conservation (masse, impulsion, chaleur) dans l'approximation des films minces :

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_L u_L) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_L v_L) = 0 \quad (2.3)$$

$$(\rho_L - \rho) g + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( k_L \frac{\partial T_L}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.5)$$

(ii) Dans le mélange air-vapeur

Sparrow et Lin (1964) utilisent les équations de conservation (masse totale, impulsion, énergie thermique et masse d'air) dans l'approximation de la couche limite :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.6)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \left( 1 - \frac{\rho_\infty}{\rho} \right) g + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.7)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.8)$$

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \mathcal{D} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (2.9)$$

(iii) A l'interface liquide-gaz

$$y = \delta(x) \quad (2.10)$$

Il est actuellement admis d'écrire :

- conservation de la masse totale :

$$\dot{m} \triangleq \rho_L (u_L \frac{d\delta}{dx} - v_L) = \rho (u \frac{d\delta}{dx} - v) \quad (2.11)$$

- conservation de l'impulsion :

$$\tau_i \triangleq \mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.12)$$

- conservation de l'énergie thermique :

$$\phi_i \triangleq k \frac{\partial T}{\partial y} = k_L \frac{\partial T_L}{\partial y} - \dot{m} \quad (2.13)$$

- conservation de la masse de l'incondensable :

$$j_i \triangleq \dot{m} \omega_i = - \rho \mathcal{D} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (2.14)$$

- continuité des vitesses et des températures :

$$u_i \triangleq u_L = u \quad (2.15)$$

$$T_i \triangleq T_L = T \quad (2.16)$$

- équilibre thermodynamique :

$$T_i = T_{SAT} (p_i^V) \quad (2.17)$$

(iv) Conditions aux limites

A la paroi,  $y = 0$

. vitesse nulle et température imposée  $T_p$

Au loi,  $y \rightarrow \infty$

- . vitesse nulle
- . température imposée  $T_\infty$
- . fraction massique d'air  $\omega_\infty$  imposée

A toutes ces équations il faut ajouter la relation, déduite des lois des gaz, entre la pression partielle de vapeur  $p^V$  et la fraction massique  $\omega$  :

$$\frac{p^V}{p} = \frac{1 - \omega}{1 - \left( \frac{M_A - M_V}{M_A} \right) \omega} \quad (2.18)$$

où  $M_A$  et  $M_V$  sont les masses molaires de l'air et de la vapeur,  $p$  la pression uniforme du mélange.

Les auteurs étudiés introduisent des approximations dans le système d'équations précédent ou au contraire introduisent des complications. Sparrow et Lin (1964) n'ont pas besoin de la conservation de la tension de cisaillement (2.12) car la solution de Nusselt, du côté du film liquide, est telle que :

$$\tau_z \stackrel{\Delta}{=} \mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \sim 0 \quad (2.19)$$

De plus, pour ces auteurs, la convection naturelle dans le gaz ne dépend pas de la répartition des températures mais uniquement de celle des fractions massiques (convection massique). Il s'ensuit que l'énergie thermique ne joue aucun rôle dans le mélange gazeux. Ainsi l'équation (2.8) n'est pas utilisée et dans la condition de conservation (2.13) le flux de chaleur, du côté du gaz, est négligé :

$$\phi_z \stackrel{\Delta}{=} k \frac{\partial T}{\partial y} \sim 0 \quad (2.20)$$

Finalement, pour Sparrow et Lin (1964), on a la restriction :

$$T_\infty = T_\infty^{SAT} \stackrel{\Delta}{=} T_{SAT} (p_\infty^V) \quad (2.21)$$

Rose (1969) résoud le même problème que Sparrow et Lin (1964), avec les mêmes approximations. Minkowycz et Sparrow (1966) ajoutent les phénomènes supplémentaires suivants :

- surchauffe de la vapeur  $T_\infty - T_\infty^{SAT}$
- variation des propriétés physiques, notamment celle de la masse volumique  $\rho$  du gaz en fonction de la température et de la fraction massique :

$$1 - \frac{\rho_\infty}{\rho} = \beta(T_\infty - T) + \gamma(\omega - \omega_\infty) - \beta\gamma(T_\infty - T)(\omega - \omega_\infty) \quad (2.22)$$

Ainsi la convection naturelle est à la fois d'origine thermique et massique.

- résistance thermique interfaciale

- diffusion thermique (effet Soret) et conduction massique (effet Dufour)

Dans (2.22)  $\beta$  est le coefficient de dilatation thermique égal pour un gaz parfait à  $1/T_\infty$  et  $\gamma$  est le coefficient de dilatation massique :

$$\gamma \triangleq \frac{1}{\frac{M_A}{M_A - M_V} - \omega_\infty} \quad (2.23)$$

Les paramètres de contrôle du problème traité par Sparrow et Lin (1964), Rose (1969) sont les nombres d'Archimède  $Ar_L$  et de Sparrow  $Sp_L$ , ainsi que :

$$\left. \begin{aligned} M &\triangleq \frac{\rho_L \mu_L}{\rho \mu} \\ R &\triangleq \frac{\omega_\infty - \omega_i}{\omega_i} \\ \Gamma &\triangleq \gamma(\omega_i - \omega_\infty) \\ Sc &\triangleq \mu/\rho \mathcal{D} \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

$R$  est le paramètre de la condensation,  $\Gamma$  celui de la convection naturelle massique et  $Sc$  le nombre de Schmidt. A noter que dans tous les paramètres de contrôle apparaissent les grandeurs à l'interface  $T_i$  et  $\omega_i$  qui sont des inconnues à déterminer.

Mori et Hijikata (1973) considèrent en plus que le mélange air-vapeur est uniformément saturé, et contient par suite des gouttelettes condensées. Nous parlerons des équations nécessaires pour cette situation au chapitre 3 sur la convection forcée.

Sparrow et Lin (1964), Minkowycz et Sparrow (1966) sont les premiers à résoudre le problème en utilisant les équations appropriées. Ces équations, aux dérivées partielles, sont réductibles dans les cas étudiés en équations différentielles ordinaires, grâce à l'introduction de variables affines : la solution possède alors une *similitude interne*, propriété habituelle des couches limites

élémentaires. Ainsi les équations dans le gaz se réduisent en les équations affines de la convection naturelle classique. L'originalité du problème de la condensation avec incondensable est la condition de Eckert-Schneider (2.14) qui exprime l'imperméabilité de l'interface à l'incondensable. En variables affines, si  $\xi$  est la variable de la couche limite,  $F(\xi)$  la fonction de courant réduite et  $X(\xi)$  la fraction massique d'air déduite, la condition précédente devient :

$$3 Sc F(0) = R X'(0) \quad (2.25)$$

Malheureusement le grand nombre de données et la complexité des conditions à l'interface exclut toute possibilité de solution analytique.

Sparrow et Lin (1964), Minkowycz et Sparrow (1966) résolvent les équations affines numériquement. Rose (1969) préfère la méthode des profils à la méthode affine. Bien que moins précise, la solution a un caractère plus formel et le volume de calculs est fortement diminué. Mais ce n'est qu'une méthode approchée.

### 2.3. Résultats obtenus

Akers et al. (1960), s'inspirant des résultats concernant la diffusion de la vapeur à travers une couche d'air stagnante, obtiennent une corrélation expérimentale pour la densité de flux molaire de la vapeur  $N_V$  :

$$\frac{N_V \ell}{c \mathcal{D}} = \ln \left( \frac{x_A^i}{x_A^\infty} \right) (Gr' Sc)^{0.37} \quad (2.26)$$

valable pour un mélange éthanol-azote qui se condense sur une plaque verticale de hauteur  $\ell = 8$  cm. La corrélation (2.26) utilise  $Gr'$ , le nombre de Grashof (6.19) de la convection massique, et son domaine de validité est :

$$10^3 < Gr' Sc < 10^7 \quad (2.27)$$

Si on se réfère à Bird et al. (1960), ce domaine n'est pas compatible avec un exposant aussi élevé de 0.37. Toutefois la vitesse de condensation  $v$  est de même ordre de grandeur que la vitesse de convection  $u$ , ce qui expliquerait de grands flux massiques.

Remarquons que si on transpose la formule (2.26) pour passer de l'emploi des grandeurs molaires à celui des grandeurs massiques, on aura :

$$\frac{\dot{m} \ell}{\rho \delta} \approx \ln \left( \frac{\omega_z^A}{\omega_\infty^A} \right) (Gr' Sc)^{0.37} \quad (2.28)$$

seule formulation appropriée aux problèmes de diffusion en présence de convection.

Les résultats de Sparrow et Lin (1964), Minkowycz et Sparrow (1966) sont présentés sous forme de graphes donnant le rapport du flux dans le liquide  $\phi_L$

$$\phi_L = k_L \frac{\Delta T_L}{\partial y} \quad (2.29)$$

au flux  $\phi_{Nu}$  (ou  $\phi_L^0$ ) déduit de la théorie de Nusselt. Les figures 2.2 - 2.4 montrent ce rapport en fonction de l'écart de température  $T_\infty^{SAT} - T_p$ , avec la fraction massique  $\omega_\infty$  de l'air et la surchauffe comme paramètres. Les résultats de Sparrow et de ses co-auteurs sont valables pour de l'eau et un mélange air-vapeur, et limités à une fraction massique  $\omega_\infty = 0.10$ .

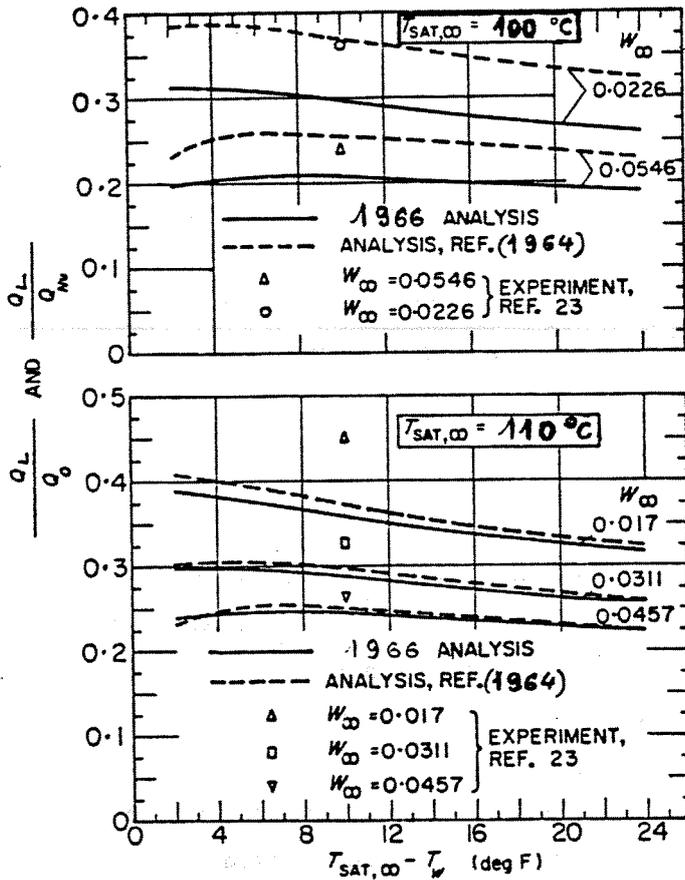
La figure 2.2. montre 5 points résultants des expériences d'Othmer (1929) et 2 couples de 5 courbes calculées pour les fractions massiques correspondantes.

La figure 2.3 indique l'influence de la fraction massique  $\omega_\infty$  pour les températures de saturation à l'infini  $T_\infty^{SAT} = 82$  et  $100^\circ C$ . La figure 2.4., pour une fraction massique de 0.02, fournit l'effet de la surchauffe  $T_\infty - T_\infty^{SAT}$  pour les 3 températures  $T_\infty^{SAT} = 100, 66$  et  $27^\circ C$ .

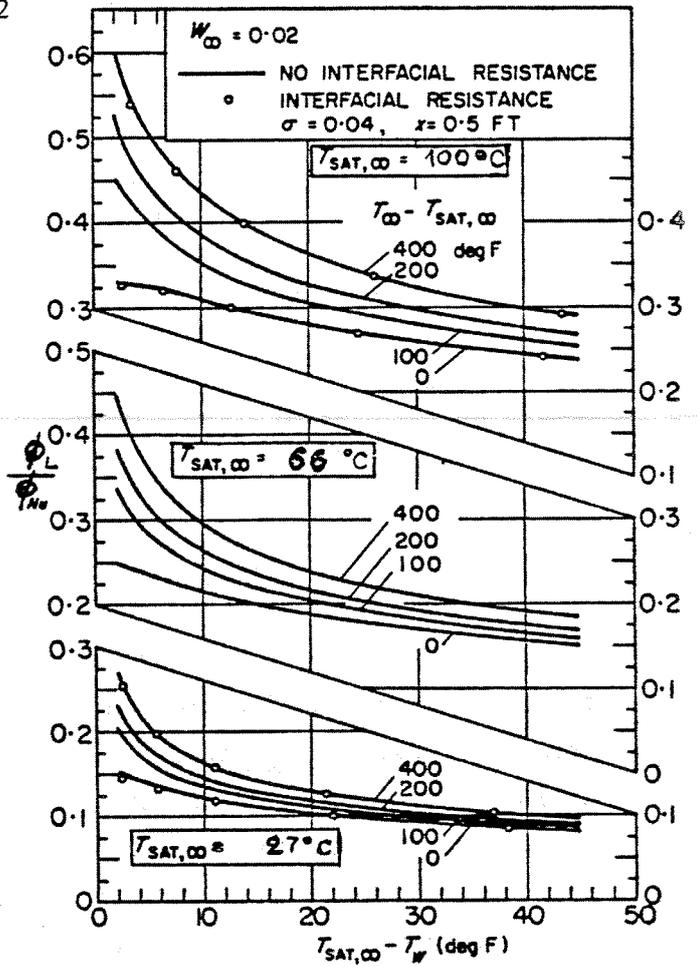
D'une manière générale la réduction du transfert de chaleur est entièrement due au phénomène de diffusion classique dans la couche limite gazeuse, car les phénomènes de diffusion thermique et de conduction massique, ainsi que la résistance interfaciale, sont négligeables. Enfin, l'effet de la surchauffe, négligeable en vapeur pure, devient important en présence d'air dans la vapeur.

Rose (1969) compare ses résultats à ceux de Sparrow et Lin (1964). Pour  $M = 2.25 \cdot 10^4$ ,  $Sc = 0.5$ , c'est-à-dire pour le cas de l'eau et de l'air à la pression atmosphérique, pour une fraction massique d'air au loin  $\omega_\infty = 0.01$ , et pour un nombre de Sparrow  $Sp_L = 6.5 \cdot 10^{-3}$ , Rose trouve une fraction massique d'air à l'interface  $\omega_z = 0.95$ , soit 1.27 la valeur obtenue par Sparrow et Lin.

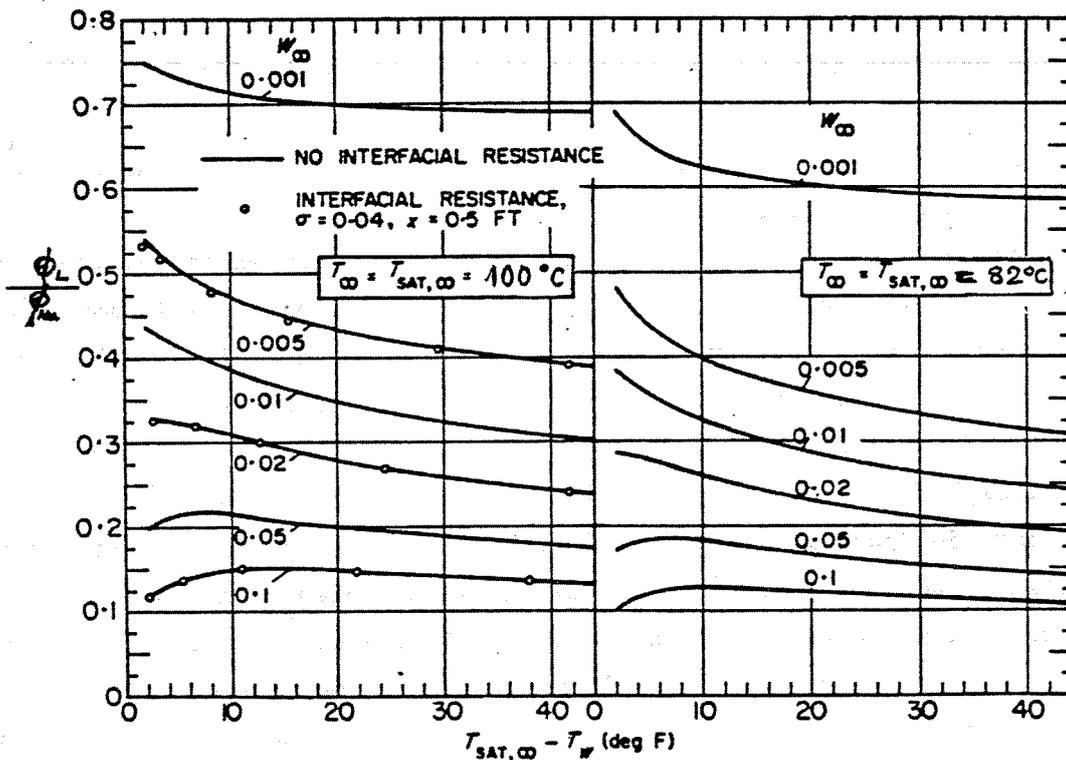
Mori et Hijiksta (1973), dans leur tentative de prise en compte des gouttelettes qui sont présentes dans l'hypothèse d'un mélange saturé résolvent les équations par la méthode des profils. Une telle méthode conduit à une solution formelle définie dans tout l'intervalle de la fraction massique de vapeur  $\omega_\infty^V : [0, 1]$ . La figure 2.5 fournit des variations du paramètre hybride  $Nu^*$  où



2.2. : Test avec l'expérience



2.4. : Effet de la surchauffe



2.3. : Effets de la fraction massique et de la température

Figures 2.2-4 : Condensation d'un mélange vapeur d'eau-air en convection naturelle : flux de chaleur (d'après Sparrow et al.)

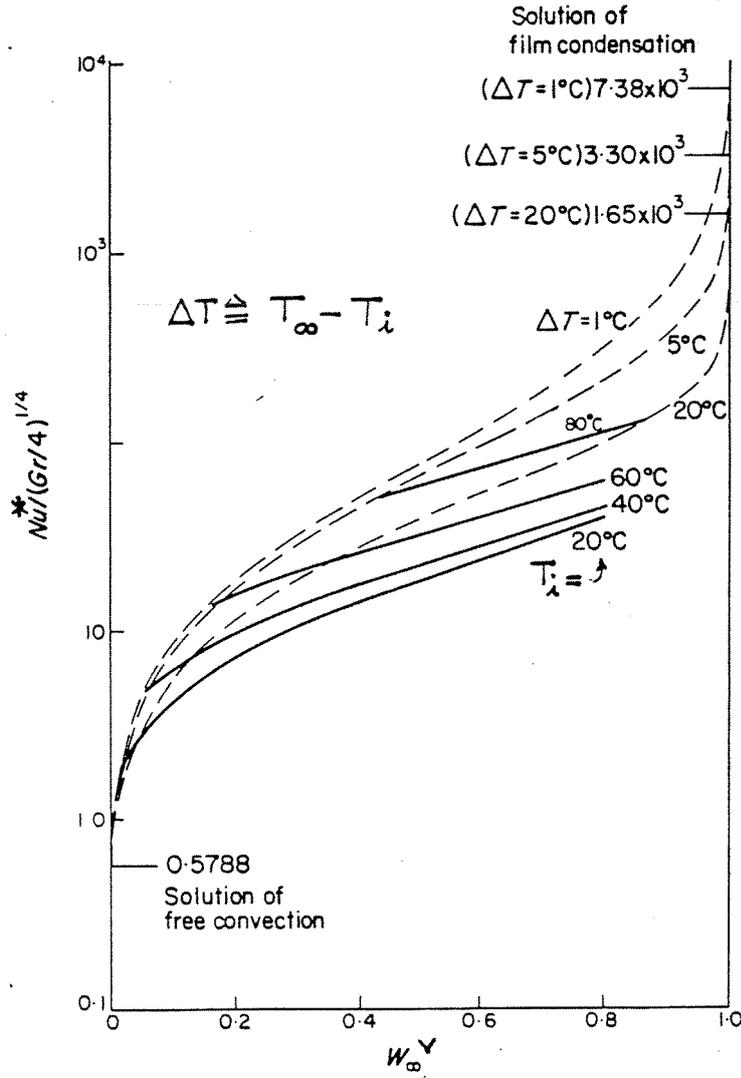


Figure 2.5 : Condensation d'un brouillard air-vapeur d'eau-eau en Convection Naturelle.  
(d'après Mori et Hijikata)

$\phi_L$  est le flux dans le liquide et  $k$  la conductivité du mélange diphasique :

$$Nu_x^* \left( \frac{1}{4} Gr_x \right)^{-1/4} \triangleq \frac{\phi_L x}{k(T_{\infty} - T_i)} \left[ \frac{1}{4} \frac{\beta(T_{\infty} - T_i) g x^3}{\nu^2} \right]^{-1/4} \quad (2.30)$$

pour des températures d'interface

$$T_i = 20, 40, 60 \text{ et } 80^\circ\text{C}$$

et des écarts de température

$$T_{\infty} - T_i = 1, 5 \text{ et } 20^{\circ}\text{C}$$

le tout pour le cas d'un mélange air-vapeur d'eau à la pression atmosphérique. Mori et Hijikata prétendent que l'écart de 10 à 20 % que Minkowycz et Sparrow (1966) constatent entre théorie et expérience peut être expliqué en admettant l'équilibre thermodynamique au sein du mélange.

#### 2.4. Commentaires

Tous les résultats montrent que la présence d'incondensable réduit le flux de chaleur dans de fortes proportions. Le rapport des flux  $\phi_L/\phi_{Nu}$  est peu sensible à l'écart de température  $T_{\infty}^{SAT} - T_p$ , sauf en cas de surchauffe  $T_{\infty} - T_{\infty}^{SAT}$  et aux faibles écarts  $T_{\infty}^{SAT} - T_p$ . Dans ce cas l'effet de la surchauffe  $T_{\infty} - T_{\infty}^{SAT}$  est de compenser sensiblement l'effet des incondensables.

Nous ajouterons les remarques suivantes :

- (i) Les résultats de Sparrow et de ses co-auteurs sont limités à la gamme de fraction massique d'air 0 - 10 % alors que Mori et Hijikata prétendent couvrir tout la gamme de 0 à 100 %.
- (ii) Sparrow et ses co-auteurs, ayant déterminé la température inconnue de l'interface, donnent leurs résultats en fonction de la température de paroi. Mori et Hijikata se contentent de résultats en fonction de la température d'interface, de même que Rose.
- (iii) Tous les résultats ne sont disponibles que sous forme de graphes et non sous forme de corrélations en fonction des paramètres adimensionnels du problème.
- (iv) L'utilisation de l'approximation de Nusselt pour le film liquide ne respecte pas la continuité de la tension tangentielle  $\tau_i$  à l'interface film-gaz. Il ne semble pas que les conditions de validité d'une telle approximation soient établies. Rohsenow (1956) avait introduit une tension tangentielle  $\tau_i$  constante à la surface du film, en présence de vapeur pure au repos. Il semble possible de traiter le cas général  $\tau_i$  variable en vapeur pure en mouvement. Dans un tel cas la convection dans le film serait mixte car due à deux forces, gravité et tension tangentielle (Cf. § 4.4).

## CHAPITRE 3

### CONDENSATION EN FILM - CONVECTION FORCEE LAMINAIRE

#### 3.1. Présentation du phénomène

La condensation d'un mélange air-vapeur en convection forcée se fait le long d'une plaque plane semi-infinie. Une couche limite d'épaisseur  $\Delta(x)$  se développe dans le mélange gazeux (figure 3.1).

#### 3.2. Méthodes utilisées

Les auteurs utilisent en général les équations de conservation dans le film liquide, à l'interface film-gaz et dans le mélange gazeux, munies des conditions aux limites appropriées.

##### (i) Dans le film liquide

Hijikata et Mori (1973), Bernard et al. (1978) et Rose (1980) négligent l'épaisseur du film, celui-ci étant soufflé par le courant gazeux. En d'autres termes, pour ces auteurs, la température de l'interface  $T_i$  est pratiquement égale à la température de paroi  $T_p$ ; et la vitesse  $u_i$  du fluide à l'interface est pratiquement nulle. Cette hypothèse serait justifiée par les résultats de travaux plus anciens que nous analysons ci-après.

Sparrow et al. (1967), Minkowycz et Sparrow (1969) écrivent les équations simplifiées des films minces soumis, non à la gravité, mais à la tension de cisaillement interfaciale  $\tau_i$  due à l'écoulement du mélange gazeux :

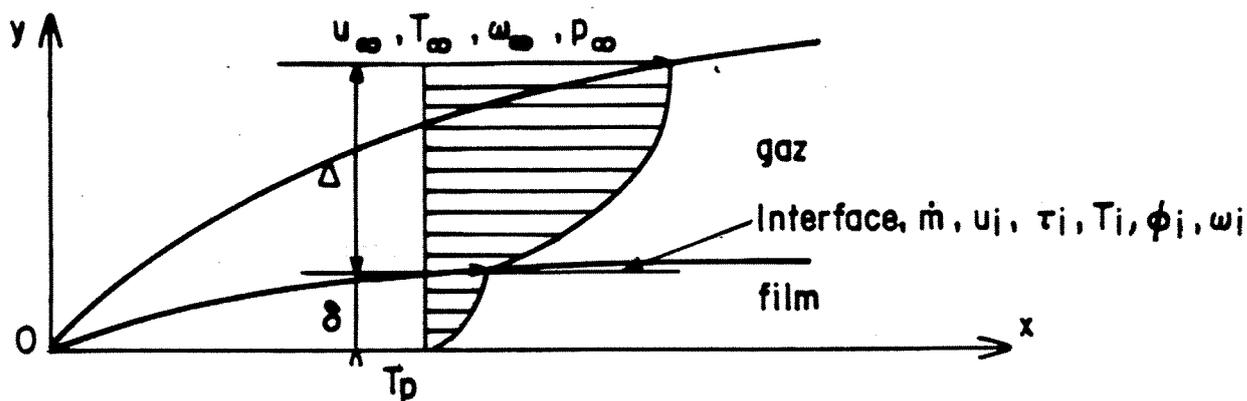


Figure 3.1 : Condensation en convection forcée

$$\frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial V_L}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2} = 0 \quad (3.2, 3)$$

(ii) Dans le mélange gazeux

Sparrow et ses co-auteurs écrivent les équations de conservation de la masse totale (2.5), de l'impulsion (2.6) où le terme de poussée d'Archimède est supprimé, et de la masse d'air (2.8). Quant à l'équation de l'énergie thermique (2.7), seuls Minkowycz et Sparrow (1969) la conservent pour l'influence de la surchauffe  $T_\infty - T_\infty^{SAT}$  de la vapeur.

Hijikata et Mori (1973), Bernard et al. (1978) considèrent que le mélange air-vapeur contient des gouttelettes condensées et que la vapeur est uniformément saturée, à la différence des auteurs précédents pour lesquels la vapeur n'est saturée qu'au contact du film liquide. On est donc en présence d'un écoulement diphasique où l'on définit les grandeurs moyennes du mélange par :

$$\rho = \rho_A + \rho_V + \rho_D \quad (3.4)$$

$$\rho \vec{v} = \rho_A \vec{v}_A + \rho_V \vec{v}_V + \rho_D \vec{v}_D \quad (3.5)$$

$$\rho h = \rho_A h_A + \rho_V h_V + \rho_D h_D \quad (3.6)$$

La vitesse de la phase dispersée  $\vec{v}_D$  est prise égale à la vitesse de la phase continue (gaz)  $\vec{v}_C$  dont la masse volumique est  $\rho_C$ ; on aura ainsi :

$$\rho_C = \rho_A + \rho_V \quad (3.7)$$

$$\rho_C \vec{v}_C = \rho_A \vec{v}_A + \rho_V \vec{v}_V \quad (3.8)$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_C = \vec{v} \quad (3.9)$$

La condition d'incompressibilité du gaz se traduit par la constance de  $\rho_C$  et l'expression de la masse volumique totale devient :

$$\rho = \rho_C \left(1 + \frac{\rho_D}{\rho_C}\right) \triangleq \rho_C (1 + \xi) \quad (3.10)$$

où  $\xi$  est la fraction massique des gouttelettes.

Les équations de conservation de la masse totale, de l'impulsion, de la masse d'air et de l'énergie thermique s'écrivent alors :

$$\frac{\partial}{\partial x} (1 + \xi)u + \frac{\partial}{\partial y} (1 + \xi)v = 0 \quad (3.11)$$

$$(1 + \xi)u \frac{\partial u}{\partial x} + (1 + \xi)v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (u \omega_A) + \frac{\partial}{\partial y} (v \omega_A) = \mathcal{D} \frac{\partial^2 \omega_A}{\partial y^2} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho h u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho h v) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.14)$$

Dans (3.14) on a négligé le phénomène d'interdiffusion.

(iii) A l'interface liquide-gaz  $y = \delta(x)$

Les conditions à l'interface liquide-gaz sont les mêmes quel que soit le type de convection, i.e. les équations (2.10) à (2.17).

Sparrow et al. (1967), Minkowycz et Sparrow (1969), à l'opposé de ce qu'ils faisaient pour la convection naturelle, ne respectent pas la continuité des vitesses tangentielles en supposant que la vitesse du gaz à l'interface est négligeable :

$$u_i \stackrel{\Delta}{=} u(\delta) \sim 0 \quad (3.15)$$

Mais ils respectent la continuité des tensions tangentielles :

$$\tau_i \stackrel{\Delta}{=} \mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.16)$$

(iv) Conditions aux limites

La seule modification par rapport à la convection naturelle concerne la vitesse au loin, constante :

$$y \rightarrow \infty \quad u \rightarrow u_\infty = Cte \quad (3.18)$$

Sparrow et al. (1967), Minkowycz et Sparrow (1969), mettant les équations sous la forme affine classique de la théorie de la couche limite qui régit les formes réduites  $F(\xi)$  de la fonction de courant,  $X(\xi)$  de la fraction massique et  $\Theta(\xi)$  de la température. Les formes affines

des conditions de conservation de l'énergie thermique (2.13) et de la masse de l'incondensable (2.14) sont :

$$- Sp \Theta'(0) = \left[ \frac{1}{2} \frac{F''(0)}{F(0)} \right]^{1/2} M^{1/2} Sp_L - \frac{1}{2} F(0) \quad (3.19)$$

$$Sc F(0) = 2 R X'(0) \quad (3.20)$$

Les paramètres de contrôle du problème sans surchauffe traité par Sparrow et al. (1967) sont :

$$\left. \begin{aligned} Re_L &\triangleq \frac{\rho_L u_\infty x}{\mu_L} \\ Sp_L &\triangleq \frac{k_L (T_i - T_p)}{\mu_L \mathcal{L}} \\ M &\triangleq \frac{\rho_L \mu_L}{\rho \mu} \\ R &\triangleq \frac{\omega_\infty - \omega_i}{\omega_i} \\ Sc &\triangleq \mu / \rho \mathcal{D} \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

Les paramètres de contrôle supplémentaires introduits par Minkowycz et Sparrow (1969) pour l'influence de la surchauffe sont :

$$\left. \begin{aligned} Sp &\triangleq \frac{k(T_\infty - T_i)}{\mu \mathcal{L}} \\ Pr &= c_p \mu / k \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

En l'absence de surchauffe, les résultats de Sparrow et al. (1967) permettent d'obtenir le flux de chaleur  $\phi_L$  qui traverse le film et le flux massique  $\dot{m}$  :

$$Nu_L Re_L^{-1/2} = \left[ \frac{1}{4} F''(0) \right]^{1/3} (M^{1/2} Sp_L)^{-1/3} \quad (3.23)$$

$$F(0) = \left[ 2 F''(0) \right]^{1/3} (M^{1/2} Sp_L)^{2/3} \quad (3.24)$$

formules utilisables si l'on précise les définitions suivantes :

$$Nu_L \triangleq \frac{\phi_L x}{k_L (T_i - T_p)} \quad (3.25)$$

$$F(o) \triangleq \frac{2 \dot{m}}{\rho u_\infty} Re_x^{1/2} \quad (3.26)$$

Dans le cas limite  $F(o) \ll 1$ ,  $F''(o)$  est  $O(1)$  et vaut 0,332

Dans le cas limite  $1 \ll F(o)$ ,  $F''(o) \sim 1/2 F(o)$  et les formules (3.23-24) doivent être remplacées par :

$$Nu_L Re_L^{-1/2} = 0.5 \quad (3.27)$$

$$F(o) = M^{1/2} Sp_L \quad (3.28)$$

En présence de surchauffe, une relation plus complexe fait intervenir les paramètres  $Pr$  et  $Sp$ . Comme pour la convection naturelle, la condition de nullité du flux d'air (3.20) permet de calculer  $\omega_i$ . On remonte à  $T_i$  par la condition de saturation (2.17).

Rose (1980) se place, comme Sparrow et al., dans l'approximation d'un film liquide mince de vitesse interfaciale  $u_i$  négligeable. Comme Bird et al. (1960) l'ont proposé bien avant eux, Sparrow et al. ainsi que Rose ont utilisé pour la condensation les solutions connues de la couche limite avec aspiration dont le paramètre caractéristique est justement  $F(o)$ . Alors l'idée de Rose (1980) est de mettre sous forme de corrélation les résultats classiques concernant les transferts avec aspiration dans le mélange gazeux.

Pour le transfert de masse, le gradient à l'interface de la fraction massique  $X'(o)$ , qui permet de calculer le nombre de Sherwood (3.32)

$$Sh_x Re_x^{-1/2} = -X'(o) \quad (3.29)$$

est bien représenté par une formule empirique pour la totalité du domaine de variation du paramètre d'aspiration  $F(o)$  :  $[0, +\infty[$ . Lorsqu'on porte la valeur de  $X'(o)$  dans la condition d'imperméabilité (3.20), on obtient :

$$\frac{\omega_i}{\omega_\infty} = 1 - \frac{(1/2)Sc F(o)}{X'_o(o)} \left[ 1 + a(1/2)Sc^c F(o) \right] \quad (3.30)$$

avec  $a = 1.142$ ,  $c = 0.96$ , et où  $X'_o(o)$  est le gradient de fraction massique en l'absence de transfert de masse,  $F(o) = 0$ . On a les cas limites :

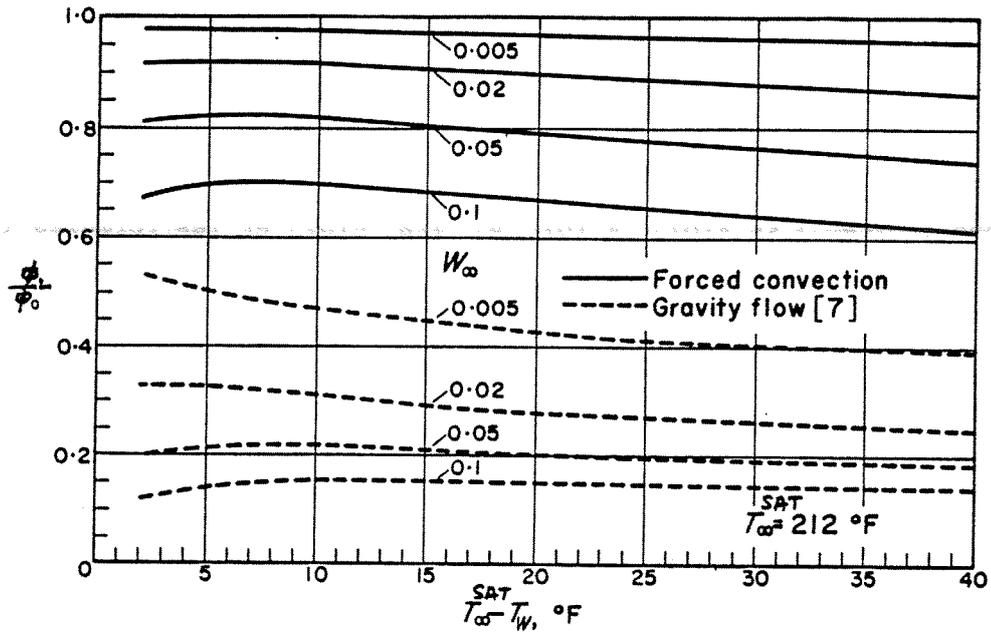


Figure 3.2 : Température de saturation  $T_{\infty}^{SAT} = 100^{\circ}C$

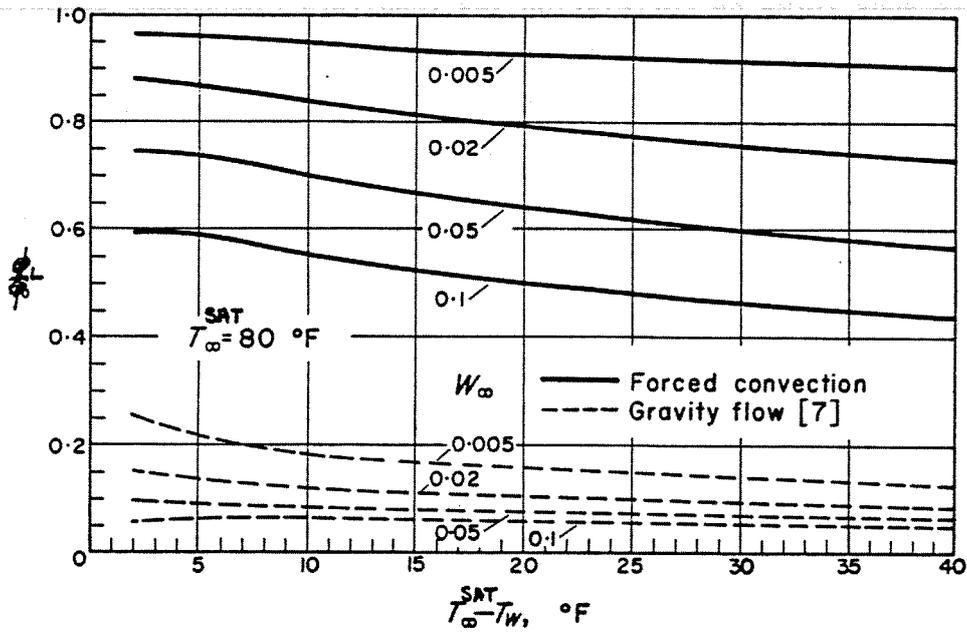


Figure 3.3 : Température de saturation  $T_{\infty}^{SAT} = 26.7^{\circ}C$

Figures 3.2-3 : Condensation d'un mélange vapeur d'eau-air ; flux de chaleur (d'après Sparrow et ses co-auteurs)

$$\begin{aligned}
 Sc F(o) \rightarrow 0 & \Rightarrow \omega_i \rightarrow \omega_\infty \\
 Sc F(o) \rightarrow \infty & \Rightarrow \omega_\infty \rightarrow 0
 \end{aligned}
 \tag{3.31}$$

Hijikata et Mori (1973) résolvent le problème de la convection forcée avec gouttelettes par la méthode des profils, déjà utilisée dans le cas de la convection naturelle. Ces auteurs, de même que Bernard et al. (1978) négligent complètement l'existence du film liquide. Bernard et al. résolvent leurs équations par la méthode numérique des différences finies.

### 3.3. Résultats obtenus

Comme pour la Convection Naturelle, les résultats de Sparrow et al. (1967), de Minkowycz et Sparrow (1969) pour la Convection Forcée, sont obtenus par des méthodes purement numériques et sont présentés sous forme de graphes. Les graphes fournissent en l'absence de surchauffe le rapport du flux  $\phi_L$  figurant dans l'équation (3.25) au flux  $\phi_o$  qu'on obtiendrait en l'absence d'incondensable (faire  $T_i = T_\infty^{SAT}$  dans les équations 3.21, 3.22 et 3.25). Les figures 3.2 - 3.3 montrent ce rapport en fonction de l'écart  $T_\infty^{SAT} - T_p$ , avec comme paramètre la fraction massique  $\omega_\infty$  de l'air, dans un mélange air et vapeur d'eau variant dans l'intervalle  $0 < \omega_\infty < 0.10$ . La figure 3.2 donne l'influence de  $\omega_\infty$  pour une température au loin  $T_\infty^{SAT} = 100^\circ C$  tandis que la figure 3.3 correspond à  $T_\infty^{SAT} = 26,7^\circ C$ . Sur ces mêmes figures on trouve également le rapport de flux pour la condensation en convection naturelle. On constate que la réduction du flux de chaleur créée par l'incondensable est moins importante en convection forcée qu'en convection naturelle.

La figure 3.4 fournit l'influence de la surchauffe  $T_\infty - T_\infty^{SAT}$  pour une température de saturation au loin  $T_\infty^{SAT} = 100^\circ C$ , et pour plusieurs fractions massiques  $\omega_\infty$ . Sur cette figure le flux de référence  $\phi_L$  est le flux sans surchauffe. Les effets de la surchauffe se manifestent le plus :

- aux faibles écarts de température  $T_\infty^{SAT} - T_p$
- aux fortes fractions massiques  $\omega_\infty$
- aux fortes pressions (ou  $T_\infty^{SAT}$ )

Rose (1980) propose une corrélation simple pour calculer le nombre de Sherwood, c'est-à-dire le flux massique condensé  $\dot{m}$ , en fonction du nombre de Reynolds dans la gaz et du paramètre de condensation  $R$  (Eq. 3.21) :

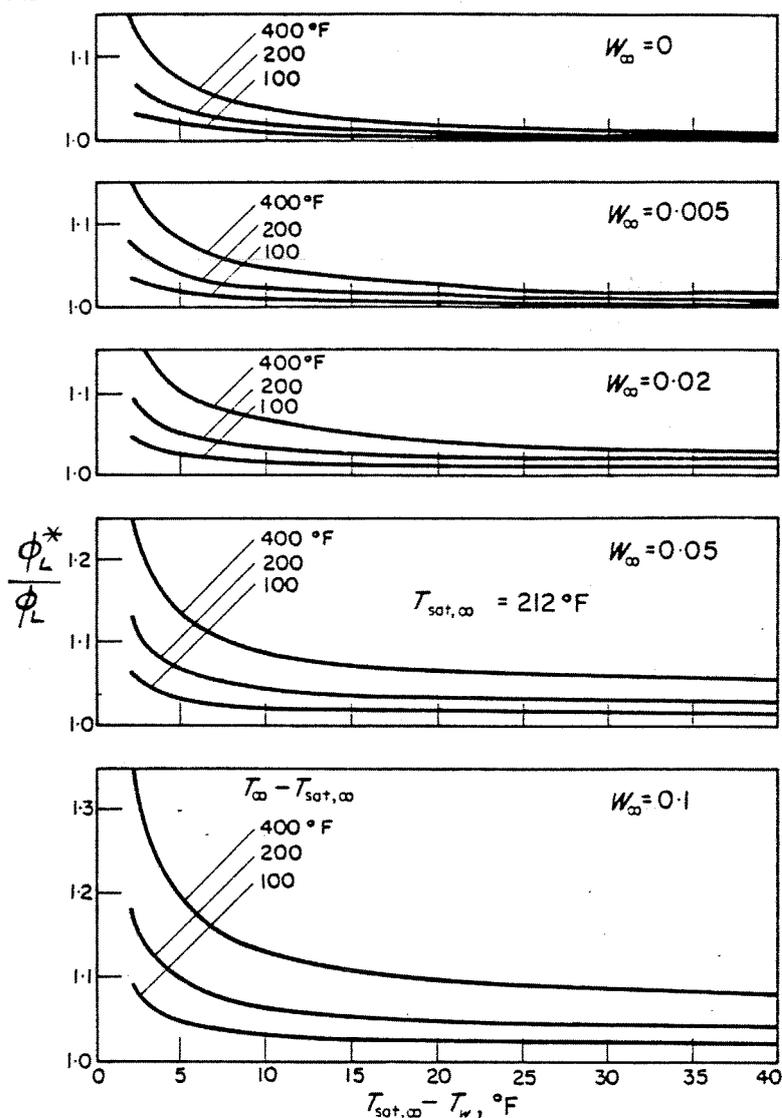


Figure 3.4 : Condensation d'un mélange vapeur d'eau-air;  
Influence de la surchauffe (d'après Sparrow et al.).

$$Sh_x \triangleq \frac{\dot{m} x}{\rho \mathcal{D}} \frac{\omega_i}{\omega_i - \omega_\infty} \quad (3.32)$$

$$\frac{\dot{m} x}{\rho \mathcal{D}} = X'(0) R Re_x^{1/2} \quad (3.33)$$

D'après Rose (1980),  $X'(0)$  est la solution d'une équation du second degré :

$$X'(0) = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 a_1 X'_0(o) R / (1+R)}}{2 a_1 R} \quad (3.34)$$

où  $a_1 = 1.142 Sc^{-0.04}$ . D'après Rose également :

$$X'_0(o) = \frac{-Sc^{1/2}}{(27.8 + 75.9 Sc^{0.306} + 657 Sc)^{1/6}} \quad (3.35)$$

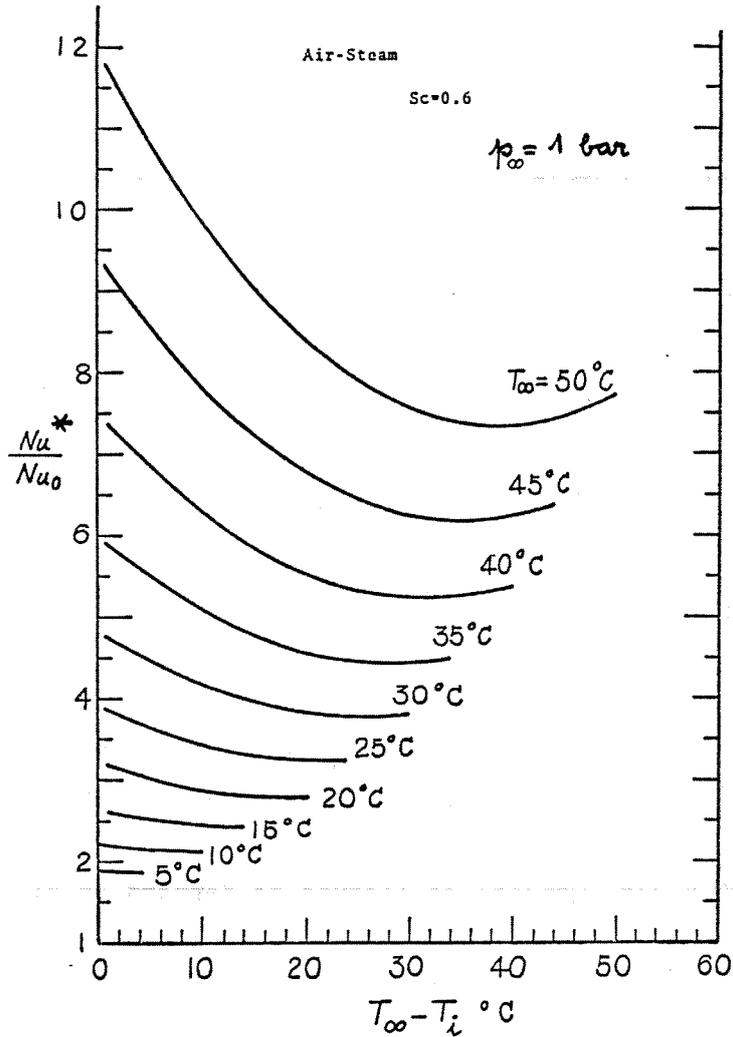


Figure 3.5 : Condensation d'un brouillard air-vapeur d'eau-eau en Convection Forcée (d'après Hijikata et Mori).

La figure 3.5 est extraite des résultats de Hijikata et Mori (1973). Cette figure donne la variation du rapport du nombre de Nusselt hybride  $Nu^*$  (équ. 2.30) au nombre de Nusselt  $Nu_0$  sans condensation :

$$Nu_0 = 0.295 Re_x^{1/2} \quad (3.36)$$

en fonction de la surchauffe  $T_\infty - T_i$ , avec la température au loin  $T_\infty$  comme paramètre. Puisque le brouillard est supposé saturé, il n'y a pas d'indication de la fraction massique  $\omega_\infty$ . Pour les faibles écarts  $T_\infty^{SAT} - T_i$ , on observe la même décroissance du flux de condensation que sur les résultats de Minkowycz et Sparrow (1969) avec surchauffe (figure 3.4).

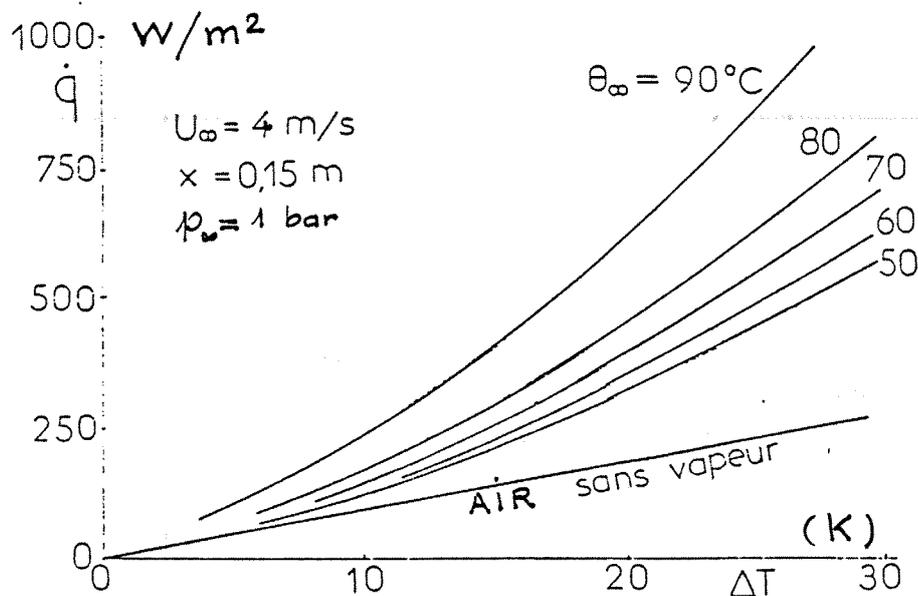


Figure 3.6 : Condensation d'un brouillard air-vapeur d'eau-eau en Convection Forcée (d'après Bernard et al.).

La figure 3.6 est extraite de l'étude de Bernard et al. (1978). On peut supposer que l'ordonnée du graphe est le flux de chaleur  $\phi_i$  qui atteint l'interface en provenance du brouillard. Ce flux est faible. Un tel résultat est partiel puisque le flux massique condensé n'est pas déterminé.

### 3.4. Commentaires

La présence d'incondensable réduit le flux de chaleur dans de moins fortes proportions en convection forcée qu'en convection naturelle. Pour Hijikata et Mori (1973), les propriétés du brouillard sont telles que le flux de chaleur augmente et le flux massique diminue par rapport aux flux respectifs dans un mélange gazeux en non équilibre ou sursaturé.

Les commentaires du § 2.4 restent valables sauf ceux du (iii). Nous pouvons ajouter les remarques suivantes :

- (i) les corrélations de Rose (1980), (Eq. 3.34 et 3.35), établies à partir des résultats numériques, permettent un calcul élémentaire du flux de chaleur  $\phi_L$  dans le film, pour toute température  $T_i$  de l'interface.

- (ii) la conditions de validité de l'hypothèse statuant que la vitesse interfaciale  $u_i$  est négligeable (Eq. 3.15) n'est jamais établie. Un calcul simple donne :

$$F'(o) = [2 F''(o)]^{2/3} M^{-1/3} Sp_L^{1/3} \quad (3.37)$$

- . Il apparaît que dans les applications où la condensation est faible, i.e.  $F(o) \ll 1$ , où  $F''(o) = O(1)$ , la condition :

$$M \triangleq \rho_L \mu_L / \rho \mu \gg 1 \quad (3.38)$$

sera suffisante pour impliquer :

$$F'(o) \ll 1 \Leftrightarrow u_i \ll u_\infty \quad (3.39)$$

- . Dans les applications où la condensation est forte, i.e.  $F(o) \gg 1$ , on peut à la limite tenir compte de la surchauffe  $T_\infty - T_i$  et calculer le paramètre d'aspiration par :

$$F(o) \approx \frac{M^{1/2} Sp_L}{1 + Ku} \quad (3.40)$$

formule qui remplace (3.28) et dans laquelle le nombre de Kutateladze  $Ku$  est :

$$Ku \triangleq \frac{C_p (T_\infty - T_i)}{\mathcal{L}} \quad (3.41)$$

Puisque dans cette limite  $F''(o) = \frac{1}{2} F(o)$ , la formule (3.37) ci-dessus devient :

$$F'(o) \approx \frac{Sp_L}{(1 + Ku)^{2/3}} \quad (3.42)$$

$Sp_L \ll 1$  est une condition suffisante pour impliquer (3.39).

- (iii) les conditions dans lesquelles on peut négliger la surchauffe, i.e. le transfert de chaleur dans le mélange gazeux ne sont jamais indiquées explicitement. D'après le bilan thermique interfacial (Eq. 3.19), on obtient :

$$\frac{\phi_i}{\phi_L} = \left[ 2 \frac{F(o)}{F''(o)} \right]^{1/2} \frac{Sp}{M^{1/2} Sp_L} |\theta'(o)| \quad (3.43)$$

où  $\Theta'(0)$  est le gradient de température normalisé à l'interface.  
 . Dans les applications où la condensation est faible,  $F(0) \ll 1$ ,  
 $F''(0)$  et  $\Theta'(0) = O(1)$ , on a, compte tenu de (3.24) :

$$\frac{\phi_i}{\phi_L} \approx \frac{T_\infty - T_i}{T_i - T_\infty} K^{-1} M^{2/3} Sp_L^{1/3} \quad (3.44)$$

où la condition :

$$K \triangleq \frac{\rho_L k_L}{\rho k} \gg 1 \quad (3.45)$$

pourra être une condition suffisante pour négliger le flux de chaleur  $\phi_i$  dans le gaz.

. Dans les applications où la condensation est forte,  $F(0) \gg 1$ , on a :

$$F''(0) \sim \frac{1}{2} F(0) \quad \text{et} \quad |\Theta'(0)| \sim \frac{1}{2} Pr F(0) \quad (3.46)$$

Alors, en utilisant le résultat (3.40), on obtient :

$$\frac{\phi_i}{\phi_L} \sim \frac{Ku}{1 + Ku} \quad (3.47)$$

$Ku \ll 1$  est une condition nécessaire pour négliger le flux de chaleur dans le mélange gazeux.

- (iv) la condition de validité de l'hypothèse selon laquelle l'enthalpie convectée et l'inertie du film sont négligeables n'est établie par aucun des auteurs passés en revue.

## CHAPITRE 4

### CONDENSATION EN FILM - CONVECTION MIXTE LAMINAIRES

#### 4.1. Présentation du phénomène

La phénomène de la convection mixte consiste en la superposition des deux phénomènes précédents, convection naturelle et convection forcée. La mixité du phénomène vient du fait que :

- a) le film liquide est soumis à deux forces : la force de gravité, et la tension de cisaillement à l'interface, créée par l'écoulement gazeux.
- b) la couche limite se développe dans le mélange gazeux le long de l'interface sous l'effet de la force de gravité et de la vitesse au loin  $u_{\infty}$ .

#### 4.2. Méthodes utilisées

On n'a analysé qu'une seule étude de la condensation en convection mixte: celle de Lucas (1976). Cet auteur utilise les mêmes équations que les auteurs d'études sur la convection naturelle ou forcée. On y relève en particulier l'expression des forces d'Archimède dans les équations de l'impulsion du liquide et du gaz, ainsi que la valeur au loin  $u_{\infty}$  de la vitesse du gaz.

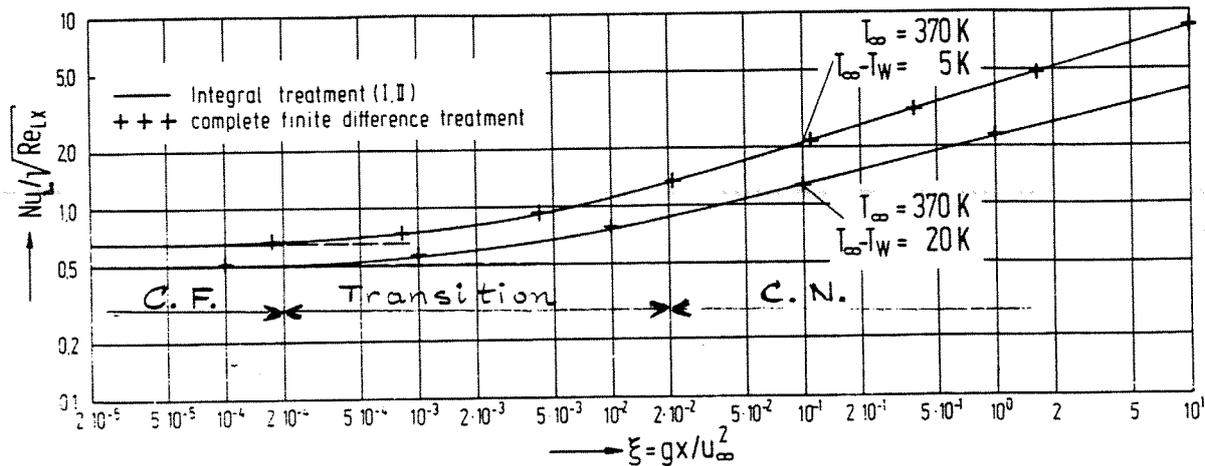
Lucas (1976) transforme le système d'équations du mélange gazeux à l'aide des variables de Sparrow et al. (1967), mais il n'y a pas d'affinité possible et, en plus de la variable classique  $\eta$ , la deuxième variable indépendante est alors :

$$\xi \triangleq \frac{g x}{u_{\infty}^2} = \frac{Gr}{Re^2} \quad (4.1)$$

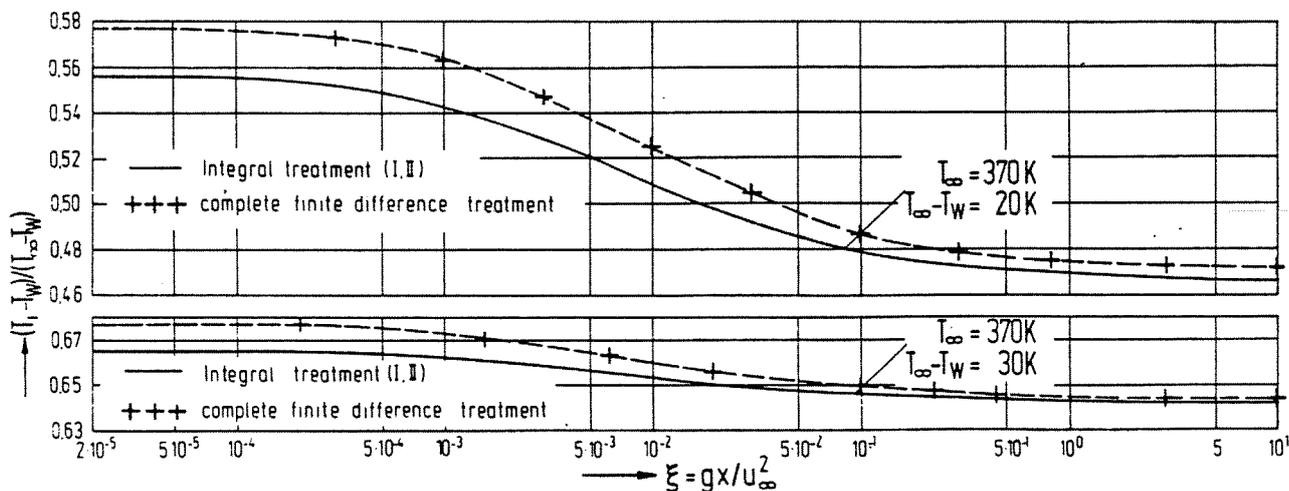
$\xi$  est d'ailleurs le seul paramètre adimensionnel supplémentaire qui caractérise la convection mixte par rapport à la convection forcée. Pour le cas où  $\xi \rightarrow 0$ , on a la convection forcée affine, tandis que pour le cas où  $\xi \rightarrow \infty$ , on a la convection naturelle affine, toutes deux étudiées auparavant.

Lucas résoud le problème par la méthode des différences finies. Il teste ensuite avec succès la méthode des profils, en introduisant une vitesse de référence déjà utilisée par Rose (1969), sans donner plus de précision que ce dernier.





4.2. : Flux de chaleur dans le condensat



4.3. : Température de l'interface

Figures 4.2-3 : Condensation d'un mélange de vapeurs d'eau et de méthanol en Convection Mixte (d'après Lucas).

Malheureusement la méthode approchée que proposent Denny et Jusionis (1972) n'est pas convaincante pour la prise en compte des incondensables. Après avoir remarqué à juste titre que, si l'on connaît les transferts et la température à l'interface, alors le problème du film condensé est découplé du problème dans le gaz, ils proposent d'utiliser pour  $\tau_i$  la solution :

$$\tau_i = \dot{m} (u_\infty - u_i) \tag{4.2}$$

valable dans la limite d'une forte condensation, c'est-à-dire lorsque le paramètre d'aspiration est grand :  $F(0) \gg 1$ . Mais dans cette limite, les solutions des couches limites dans le gaz sont telles que :

$$F''(0) \sim \frac{1}{2} F(0) \quad (4.3)$$

$$- \theta'(0) \sim \frac{1}{2} Pr F(0) \quad (4.4)$$

$$- X'(0) \sim \frac{1}{2} Sc F(0) \quad (4.5)$$

Or, si (4.3) implique (4.2), (4.4) et (4.5) impliquent respectivement :

$$\phi_i = \dot{m} C_p (T_\infty - T_i)^* \quad (4.6)$$

$$j_i = \dot{m} (\omega_i - \omega_\infty) \quad (4.7)$$

où  $j_i = \dot{m} \omega_i$  est le flux de diffusion massique. On en déduit que, à la limite :

$$- R \frac{\Delta}{\omega_i} = 1 \quad (4.8)$$

c'est-à-dire que  $\omega_\infty = 0$  : la vapeur est pure. Ainsi il paraît clair que la solution approchée devrait être une perturbation pour des faibles fractions d'air  $\omega_\infty$  de la *solution idéale* découlant des simplifications ci-dessus. De fait Denny et Jusionis (1972) ne testent leur solution approchée à l'aide des résultats numériques globaux que pour des fractions massiques d'air  $\omega_\infty < 0.1$ . Mais la solution idéale reste à trouver ...

## CHAPITRE 5

### VAGUES D'INTERFACE ET TURBULENCE DU FILM

#### 5.1. Présentation du phénomène

Le film de condensat qui s'écoule le long d'une paroi froide n'est pas toujours stable et l'interface n'est pas toujours lisse. Les instabilités de l'interface donnent naissance à des ondes progressives ou à des vagues isolées plus ou moins périodiques. Puis le film lui-même peut devenir turbulent.

#### 5.2. Méthode de calcul du flux de chaleur

Sofrata (1980) considère des vagues sinusoïdales d'amplitude relative  $\beta$ . Le nombre de Nusselt  $Nu_L$  dans le liquide sera alors donné par :

$$Nu_L = (1 - \beta^2)^{-3/8} Nu_L^0 \quad (5.1)$$

où  $Nu_L^0$  est le nombre de Nusselt du film sans vague. Le problème subsiste de la détermination de  $\beta$ .

Hirshburg et Florschuetz (1982) étudient les ondes progressives d'un film visqueux sans condensation. Ils écrivent les équations de Navier-Stokes, choisissent un profil des vitesses moyennes parabolique et recherchent par une méthode numérique les perturbations périodiques. Puis ils étudient l'influence de ces résultats, e.g. la longueur d'onde  $\lambda$  et l'amplitude des ondes, sur le transfert de chaleur. Le coefficient d'échange moyen est tout bonnement calculé par :

$$\bar{h}_L = \frac{k_L}{\lambda} \int_0^\lambda \frac{dx}{\delta(x)} \quad (5.2)$$

#### 5.3. Résultats obtenus

Sofrata suggère de prendre  $\beta = 0.46$ , d'après Kapitza (1948), en première approximation. Pour tenir compte de la tension superficielle, il propose une corrélation donnant le nombre de Nusselt  $Nu_L$  en fonction du nombre de Reynolds du film et du nombre de Morton  $Mo$  :

$$Re_f \triangleq 4 \frac{\rho_L \bar{u}_L \delta_L}{\mu_L} \quad (5.3)$$

$$Mo \triangleq \frac{\rho_L - \rho}{\rho_L} \frac{g \mu_L^4}{\rho_L \sigma^3} \quad (5.4)$$

où  $\bar{u}_L$  et  $\delta_L$  sont les vitesses et épaisseurs moyennes du film,  $\sigma$  la tension superficielle et  $\mu_L$  la viscosité du liquide.

Cette manière de tenir compte des vagues augmente le coefficient d'échange de 10 % par rapport à la théorie de Nusselt. On reste toutefois inférieur de 10 % à l'expérience.

Hirshburg et Florschuetz (1982) présentent leurs résultats sous forme de graphes du nombre de condensation  $Nu_L Ar_L^{-1/3}$  en fonction du nombre de Reynolds du film et du paramètre  $Mo^{1/3}$ . L'influence de  $Mo$  semble moins importante que celle du  $Re_f$ . Ces graphes montrent un meilleur accord avec l'expérience que la théorie de Nusselt.

Dans leurs études ces auteurs introduisent des incondensables dans la vapeur et déterminent le flux de chaleur qui traverse le film liquide. Or la remarque que nous avons faite à la fin du chapitre 1 concernant la condensation en gouttes reste valable : la résistance due aux incondensables est importante par rapport à celle du condensat. Nous attarder sur une amélioration de la théorie de Nusselt, en ce qui concerne le transfert de chaleur dans le film, ne nous paraît pas primordial.

Au sujet de l'influence des vagues sur les transferts interfaciaux de masse, d'impulsion et de chaleur, on consultera avec profit l'étude bibliographique de Spindler (1978).

#### 5.4. Turbulence du film liquide

Seuls les résultats empiriques de Groeber, Erk et Grigull (1961) présentent de l'intérêt pour le calcul du flux de chaleur  $\bar{\phi}_L$  lorsque le film est turbulent.

En laminaire, la formule classique de Nusselt minore les résultats expérimentaux :

$$\bar{Nu}_L = 0.943 Ar_L^{1/4} Sp_L^{-1/4} \quad (5.5)$$

La transition laminaire - turbulent a lieu pour :

$$Ar_L^{1/3} \left. \begin{array}{l} Re_f = 1333 \\ Sp_L = 2500 \end{array} \right\} \quad (5.6)$$

En *turbulent*, la corrélation empirique qui minore les résultats expérimentaux obtenus pour :

- . vapeur d'eau
- .  $0.3 < p_\infty < 1.4 \text{ bar}$
- . hauteur  $l = 6 \text{ m}$

est la suivante :

$$\overline{Nu}_L = 0.982 \cdot 10^{-2} Ar_L^{4/9} Sp_L^{1/3} \quad (5.7)$$



## CHAPITRE 6

### CONVECTION TURBULENTE DU GAZ

#### 6.1. Présentation du phénomène

La condensation est étudiée sur une paroi plane verticale, semi-infinie, isotherme. Les auteurs supposent que le condensat est un *film laminaire* d'épaisseur  $\delta(x)$  et qu'une *couche limite turbulente* d'épaisseur  $\Delta(x)$  se développe dans le gaz le long de l'interface film-gaz. Les figures 2.1, 3.1 et 4.1 restent valables ici.

#### 6.2. Les méthodes utilisées

Deux types de méthodes sont utilisées. La première méthode, la plus générale, consiste à *intégrer numériquement* les équations de conservation, complétées par les conditions aux limites et à l'interface, ainsi que par les lois appropriées de la *diffusion turbulente* de l'impulsion, de l'énergie thermique et de la matière.

La deuxième méthode, pragmatique, consiste à utiliser des corrélations empiriques fournissant, dans le mélange gazeux à l'interface, les *flux de diffusion turbulente* (impulsion, énergie, masse).

- (i) Jones et Renz (1974) intègrent numériquement les équations générales de la convection mixte. Ils utilisent deux modèles de turbulence :
- le premier est le modèle classique dans lequel les diffusivités sont calculées à l'aide de la loi de Prandtl :

$$\nu_t = \ell_m^2 \frac{\partial u}{\partial y} \quad (6.1)$$

où la longueur de mélange  $\ell_m$  est donnée par la formule de Van Driest modifiée en 1970 par Cebeci :

$$\ell_m = \kappa y \left[ 1 - \exp \left( - \frac{y^+}{A^+} \exp 5.9 \frac{\dot{m}}{\sqrt{\rho \tau_i}} \right) \right] \quad (6.2)$$

où  $\kappa$  est la constante de Karman,  $= 0.40$ ,  $A^+$  la constante de Van Driest  $= 26$ ,  $y^+ \triangleq (y/\nu) \sqrt{\tau_i/\rho}$ ,  $\tau_i$  la contrainte de cisaillement à l'interface, et  $\dot{m}$  le flux massique condensé.

- le second modèle est dit "modèle à deux équations" qui comporte deux équations de conservation supplémentaires, l'une pour l'énergie cinétique turbulente  $k$  de l'écoulement gazeux, l'autre pour le taux  $\epsilon$  de dissipation visqueuse de  $k$ . Dans ce modèle l'équation de la diffusivité turbulente (6.1) est remplacée par :

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6.3)$$

où  $C_\mu$  est une fonction dépendant de  $v_t/\nu$ .

- (ii) Legay-Desesquelles et al. (1982), comme Bernard et al. (1978) en convection laminaire, négligent le film de condensat. Ils intègrent numériquement les équations d'un brouillard saturé dans lesquelles les diffusivités turbulentes sont calculées à l'aide de la loi de Prandtl (6.1) et d'une longueur de mélange adaptée aux couches limites classiques.
- (iii) Corradini (1983) propose d'utiliser des corrélations empiriques. Pour cet auteur, le film laminaire de condensat s'écoule sous le seul effet de la gravité et le flux de chaleur  $\phi_L$  dans le liquide est donné par la formule de Nusselt (2.1). L'interprétation des notions de coefficients d'échange employées par Corradini nous a permis de vérifier que le flux de chaleur dans le gaz  $\phi_g$ , le flux de chaleur dans le liquide  $\phi_L$  et le flux massique  $\dot{m}$  sont bien reliés par le bilan thermique à l'interface (2.11) réécrit ici :

$$\phi_L = \dot{m} \mathcal{L} + \phi_g \quad (6.4)$$

Le problème est alors de trouver des corrélations empiriques pour calculer  $\dot{m}$  et  $\phi_g$  dont on connaisse les domaines de validité.

### 6.3. Résultats obtenus

#### 6.3.1. Méthode numérique

- (i) Jones et Renz (1974)

Ils comparent leurs résultats numériques aux résultats expérimentaux de Dallmeyer (1970) : condensation de vapeur CCl<sub>4</sub> mélangé à l'air sur une plaque verticale de 30 cm de haut. Le modèle de longueur de mélange de Cebeci (1970) donne des flux de chaleur  $\phi_g$  dans le gaz et des flux de masse condensée  $\dot{m}$  en très bon accord avec l'expérience. Négliger la présence du film n'entraîne qu'une augmentation de 5 % du flux de masse et qu'une diminution de 5 % du flux de chaleur.

- (ii) Legay-Desesquelles et al. (1982), comme Bernard et al. (1978) ne déterminent que le flux de chaleur  $\phi_i$  arrivant du brouillard à l'interface. Curieusement, ce flux, bien qu'en écoulement turbulent, est du même ordre de grandeur qu'en écoulement laminaire (1978). De plus, bien que ces auteurs calculent le flux massique condensé  $\dot{m}$ , ils ne parlent pas du flux  $\phi_L$  qui traverse le film mince de condensat.

### 6.3.2. Corrélations de Convection Thermique et Massique

Nous reprenons à la base la démarche de Corradini (1983), dont l'objectif est de proposer des corrélations de convection forcée et de convection naturelle permettant le calcul de la condensation dans les enceintes des réacteurs à eau sous pression. On peut obtenir les corrélations à l'aide des principes généraux dont est issue la méthode classique des analogies (cf Bird et al., Transport Phenomena, 1960).

Les analogies de Reynolds et de Chilton-Colburn permettent d'établir des corrélations de transferts de chaleur et de masse à partir d'une corrélation de tension de frottement, établie dans le cas d'un corps profilé (couche limite sans décollement) placé dans un écoulement turbulent, en convection forcée. Pour des corps non profilés (décollements) et/ou en convection naturelle, seule existe une analogie entre transfert de chaleur et transfert de masse. Toutes les analogies entre transfert de chaleur et transfert de masse ne sont possibles que si les nombres de Prandtl et de Schmidt sont du même ordre de grandeur.

Ces corrélations, valables lorsque la condensation, i.e. l'aspiration de la couche limite et le transfert de masse, est négligeable, doivent être multipliées par un facteur de correction  $\theta$  pour pouvoir être appliquée lorsque la condensation est finie.

#### a) Convection forcée

L'analogie de Reynolds est une double relation entre le coefficient de frottement  $C_f$ , le nombre de Nusselt  $Nu_x$  et le nombre de Sherwood  $Sh_x$ , ainsi définis :

$$C_f \triangleq \frac{2 \tau_i}{\rho u_\infty^2} = \frac{2 \mu}{\rho u_\infty^2} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y = \delta} \quad (6.5)$$

$$Nu_x \triangleq \frac{\phi_i x}{k(T_\infty - T_i)} = \frac{x}{T_\infty - T_i} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y = \delta} \quad (6.6)$$

$$Sh_x \triangleq \frac{\dot{m} \omega_i x}{\rho (\omega_i - \omega_\infty)} = \frac{x}{\omega_i - \omega_\infty} \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y = \delta} \quad (6.7)$$

| Dav is  
obviously missing

La double relation de l'analogie de Reynolds s'écrit :

$$\frac{Nu_x^0}{Re_x Pr} = \frac{Sh_x^0}{Re_x Sc} = \frac{1}{2} C_f^0 \quad (6.8)$$

Cette analogie, qui résulte de l'identité formelle des équations de conservation (impulsion, chaleur, masse) de la couche limite, n'est rigoureuse que si les nombres de Prandtl et de Schmidt sont voisins de l'unité.

L'analogie de Chilton-Colburn étend l'analogie (6.8) de Reynolds à des nombres de Prandtl et de Schmidt de même ordre de grandeur, mais compris dans l'intervalle 0,5 à l'infini.

La double relation de Chilton-Colburn s'écrit :

$$\frac{Nu_x^0}{Re_x Pr^{1/3}} = \frac{Sh_x^0}{Re_x Sc^{1/3}} = \frac{1}{2} C_f^0 \quad (6.9)$$

Dans les relations (6.8) et (6.9), l'indice supérieur zéro indique une *condensation négligeable*. Le nombre de Sherwood (6.7) est l'équivalent du nombre de Nusselt (6.6) pour le transfert de masse : la quantité  $\dot{m} \omega_i$  est le flux de diffusion massique de la loi de Fick, comme la quantité  $\phi_i$  est le flux de diffusion thermique de la loi de Fourier.

Il existe de nombreuses formules empiriques donnant  $C_f^0$  en fonction du nombre de Reynolds. Corradini (1983) extrait de Schlichting (1979, Boundary Layer Theory, 7ème édition) la corrélation :

$$C_f^0 = 0.0592 Re_x^{-1/5} \quad (6.10)$$

Il ne dit pas que ce résultat est déduit de la distribution de vitesse dite en puissance 1/7 et que le domaine de validité est :

$$5 \cdot 10^5 < Re_x < 10^7 \quad (6.11)$$

Il en sera de même pour les corrélations donnant  $\bar{Nu}_\ell^0$  et  $\bar{Sh}_\ell^0$ , valeurs moyennes sur une longueur  $\ell$  de paroi :

$$\begin{pmatrix} \bar{Nu}_\ell^0 \\ \bar{Sh}_\ell^0 \end{pmatrix} = 0.037 \begin{pmatrix} Pr^{1/3} \\ Sc^{1/3} \end{pmatrix} Re_\ell^{0,80} \quad (6.12)$$

On peut trouver dans Schlichting (1979) des corrélations du coefficient de frottement  $C_f^0$  en convection forcée valables pour des  $Re_x$  supérieurs à  $10^7$  :

$$C_f^0 = 0.37 (\log Re_x)^{-2.584} \quad (6.13)$$

b) Convection naturelle

Comme nous le montrerons plus loin au paragraphe 6.4(iv), nous ne pouvons conseiller l'utilisation du travail de Corradini (1983) pour la convection naturelle turbulente. En général, la bibliographie fournit des corrélations concernant la *convection naturelle thermique*, i.e. la convection créée par les variations de masse volumique en fonction de la température.

Se fondant sur les résultats théoriques de Eckert et Jackson, Ede (1967) dans sa revue "Advances in free convection", et Schlichting (1979) recommandent pour les gaz classiques tels que l'air la corrélation :

$$Nu_x^0 = 0.025 (Gr_x Pr)^{2/5} \quad (6.14)$$

Le domaine de validité de (6.14) est pour des nombres de Rayleigh tels que :

$$Ra_x \triangleq Gr_x Pr > 10^{10} \quad (6.15)$$

Le nombre de Grashof  $Gr_x$  est défini ainsi :

$$Gr_x \triangleq \beta (T_\infty - T_s) \frac{g x^3}{\nu^2} \quad (6.16)$$

Toutefois pour l'intervalle  $10^9 < Ra_x < 10^{11}$ , on pourrait préférer la corrélation classique :

$$Nu_x^0 = 0.10 (Gr_x Pr)^{1/3} \quad (6.17)$$

Les corrélations concernant la *convection naturelle massique*, i.e. la convection créée par les variations de masse volumique en fonction de la fraction massique  $\omega$ , peuvent être transposées des corrélations (6.14) et (6.17) grâce à l'analogie entre transfert de masse et transfert de chaleur lorsque les nombres de Schmidt et de Prandtl sont du même ordre de grandeur :

$$Sh_x^0 = 0.025 (Gr'_x Pr)^{2/5} \quad (6.18)$$

!! Gr'\_x Sc

où le nombre de Grashof  $Gr'_x$  de la convection massique est défini comme suit :

$$Gr'_x \triangleq \gamma(\omega_i - \omega_\infty) \frac{g x^3}{\nu^2} \quad (6.19)$$

Le domaine de validité de (6.18) est pour des nombres de Rayleigh tels que :

$$Ra'_x \triangleq Gr'_x Sc > 10^{10} \quad (6.20)$$

Dans la réalité la convection naturelle est *hybride*, i.e. à la fois de natures thermique et massique. Par conséquent, les nombres de Nusselt et de Scherwood sont en général des fonctions complexes de  $Gr$ ,  $Pr$ ,  $Gr'$  et  $Sc$  :

$$Nu^0 = \mathcal{F}(Gr, Pr, Gr', Sc) \quad (6.21)$$

$$Sh^0 = \mathcal{G}(Gr, Pr, Gr', Sc) \quad (6.22)$$

Toutefois si les nombres de Prandtl  $Pr$  et de Schmidt  $Sc$  sont voisins, l'analogie entre les transferts chaleur et de masse existe toujours, ce qui signifie que les profils de température et de fraction massique sont voisins. Dans ces conditions il est facile de voir que les corrélations (6.14) et (6.18) continueront à être valables si on remplace les nombres de Grashof  $Gr_x$  et  $Gr'_x$  par le nombre de Grashof hybride  $Gr_x^*$  défini par :

$$Gr_x^* = \left[ \beta(T_\infty - T_i) + \gamma(\omega_i - \omega_\infty) \right] \frac{g x^3}{\nu^2} \quad (6.23)$$

Alors on aura pour la convection naturelle turbulente :

$$Nu_x^0 = 0.025 (Gr_x^* Pr)^{2/5} \quad (6.25)$$

$$Sh_x^0 = 0.025 (Gr_x^* Sc)^{2/5} \quad (6.26)$$

Dans une enceinte de REP la convection naturelle est *hybride*. Pour un exemple représentatif, en effet,

$$T_\infty = 400 \text{ K}, T_\infty - T_i = 100 \text{ K}, \beta = 1/T,$$

$$\omega_\infty = 0.1, \omega_i - \omega_\infty = 0.5$$

En calculant  $\gamma$  par la formule (2.23), avec  $M_A = 29$  et  $M_V = 18$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \gamma(\omega_i - \omega_\infty) &\sim 0.20, \text{ alors qu'on a :} \\ \beta(T_\infty - T_i) &\sim 0.25. \end{aligned}$$

c) Corrections pour défaut d'analogie

Les analogies utilisées aux paragraphes précédents de même que les corrélations donnant  $C_f^0$ ,  $Nu_x^0$  et  $Sh_x^0$  ne sont valables que pour des flux de condensation très faibles. La théorie dite du film (Bird et al., 1960), bien qu'incompatible avec la théorie de la couche limite turbulente et étant donné qu'il n'existe pas de résultats issus de cette dernière, constitue encore le seul moyen de définir les corrections à apporter aux corrélations sans transfert de masse.

Kays et Moffat (1975) ont fait l'étude expérimentale d'une couche limite turbulente le long d'une paroi plane avec aspiration (ou soufflage) et avec transfert de chaleur, en convection forcée. Dans le cas d'une vitesse  $u_\infty$  au loin uniforme (gradient de pression nul) le calcul de la tension tangentielle  $\tau_i$  et du flux de chaleur  $\phi_i$  à la paroi à l'aide des facteurs de correction  $\theta_m$  et  $\theta_h$  de la théorie du film, donnent des valeurs en parfait accord avec les valeurs expérimentales.

En convection forcée les facteurs de correction  $\theta_m$ ,  $\theta_h$  et  $\theta_d$  de la théorie du film permettent de corriger les grandeurs sans transfert de masse de la manière suivante :

$$\tau_i = \theta_m \tau_i^0 \quad (6.27)$$

$$\phi_i = \theta_h \phi_i^0 \quad (6.28)$$

$$j_i = \theta_d j_i^0 \quad (6.29)$$

où  $j_i$  est le flux de diffusion massique, à ne pas confondre avec le flux massique condensé  $\dot{m}$ , les deux étant reliés (Eq. 6.6) par :

$$j_i = \dot{m} \omega_i \quad (6.30)$$

$$j_i^0 = \dot{m}^0 \omega_i \quad (6.31)$$

Le facteur de correction  $\theta_d$  s'applique donc aussi au flux massique condensé :

$$\dot{m} = \theta_d \dot{m}^0 \quad (6.32)$$

La théorie du film conduit aux valeurs suivantes des facteurs de correction :

$$\theta_m = \frac{-r_m}{1 - \exp r_m} \quad (6.33)$$

$$\theta_h = \frac{-r_h}{1 - \exp r_h} \quad (6.34)$$

$$\theta_d = \frac{1}{R} \ln(1 + R) \quad (6.35)$$

où les rapports de flux  $r_m$ ,  $r_h$  et  $R$  sont définis par :

$$r_m \triangleq - \frac{\dot{m} u_\infty}{\tau_i^0} \quad (6.36)$$

$$r_h \triangleq - \frac{\dot{m} C_p (T_\infty - T_i)}{\phi_i^0} \quad (6.37)$$

$$R \triangleq - \frac{\dot{m} (\omega_i - \omega_\infty)}{j_i} \quad (6.38)$$

On observe d'abord qu'en tenant compte de l'égalité (6.30) on retrouve la définition (3.21) du paramètre  $R$ , moteur de la diffusion et par suite de la condensation :

$$R \triangleq \frac{\omega_\infty - \omega_i}{\omega_i} \quad (6.39)$$

Le calcul des rapports de flux  $r_m$  et  $r_h$  en fonction de données connues se fait en remplaçant  $\dot{m}$  par sa valeur (6.32) à l'aide de (6.35). Les rapports obtenus  $\dot{m}^0 \omega_i / \tau_i^0$  et  $\dot{m}^0 \omega_i / \phi_i^0$  sont ensuite calculés en fonction de  $C_f^0$ ,  $Nu_x^0$  et  $Sh_x^0$  à l'aide des définitions (6.5 - 6.7). Enfin l'analogie de Colburn (6.9) s'appliquant aux corrélations sans transfert de masse, on obtient :

$$r_m = Sc^{-2/3} \ln(1 + R) \quad (6.40)$$

$$r_h = Le^{2/3} \ln(1 + R) \quad (6.41)$$

où  $Le$  est le nombre de Lewis  $D/\alpha$ . Il est clair que pour un gaz tel que  $Pr = Sc = 1$ , on obtiendrait :

$$\theta_m = \theta_h = \theta_d \quad (6.42)$$

Remarquons pour terminer que les formules (6.33 - 6.35) ne s'appliquent que lorsque  $R$  prend des valeurs assez différentes de  $-1$ , i.e. lorsqu'on n'a pas à traiter le cas d'une vapeur presque pure. En effet, pour la condensation, la plage de variation de  $R$  est :

$$-1 < R \leq 0 \quad (6.43)$$

Si  $R \rightarrow -1$ , d'après (6.39)  $\omega_\infty \rightarrow 0$  et à la limite la vapeur est pure puisque la fraction massique d'incondensable est nulle. Dans la zone de validité des formules (6.33 - 6.35), lorsque  $R \rightarrow 0$ ,  $\omega_i \rightarrow \omega_\infty$ , ce qui ne veut pas dire qu'à la limite il ne reste dans le mélange que du gaz incondensable puisque  $\omega_\infty$  est fixé et en général différent de un. Quand  $R \rightarrow 0$ , le flux de condensation  $\dot{m} \rightarrow 0$ . En effet, si à (6.31) on juxtapose la définition du coefficient  $g^0$  de transfert de masse :

$$j_i^0 \triangleq g^0 (\omega_i - \omega_\infty) = \dot{m}^0 \omega_i \quad (6.44)$$

la valeur du flux de condensation s'écrit :

$$\dot{m} = - \ln(1 + R) g^0 \quad (6.45)$$

$g^0$  étant une constante de l'écoulement sans transfert de masse. Pour les faibles valeurs de  $R$ , une bonne approximation de  $\dot{m}$  est :

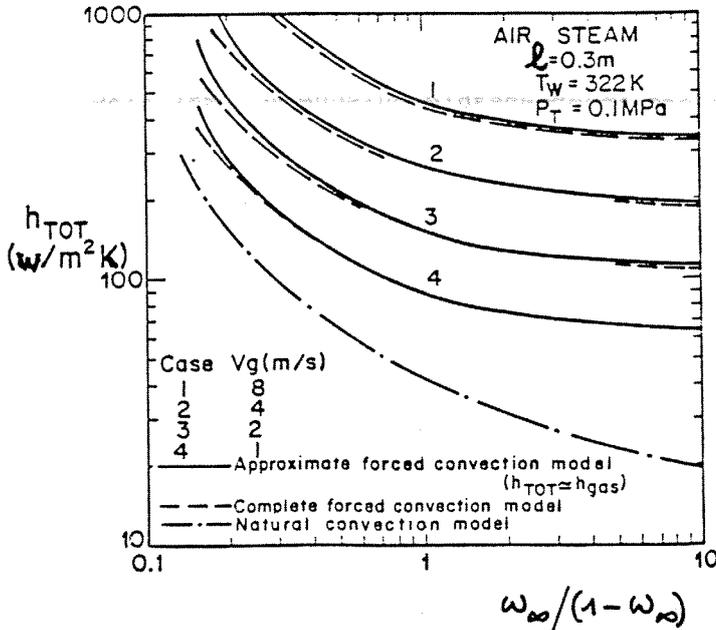
$$\dot{m}^0 = - R g^0 \quad (6.46)$$

En convection naturelle turbulente, il n'existe aucune théorie. La seule ressource est d'appliquer un coefficient unique de correction  $\theta$ , donné par (6.35), aux corrélations sans transfert de masse.

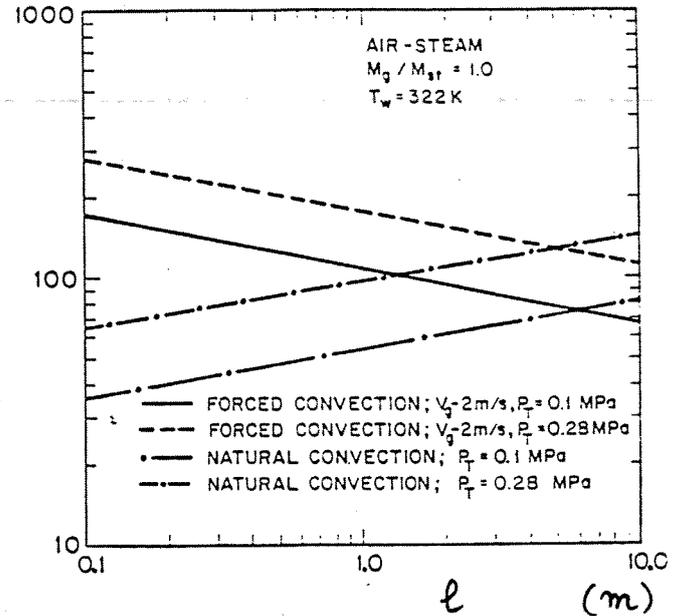
Les figures 6.1 et 6.2 sont extraites de Corradini (1983). Les valeurs du coefficient d'échange de chaleur total calculé :

$$h_{TOT} \triangleq \bar{\phi}_L / (T_\infty - T_p) \quad (6.47)$$

sont représentées soit en fonction du rapport des fractions massiques d'air et de vapeur au loin (figure 6.1), soit en fonction de la longueur  $\ell$  de la paroi (figure 6.2). Les calculs devraient être repris en utilisant les méthodes que nous avons exposées et en tenant compte des commentaires suivants.



6.1 : Influence de  $\omega_\infty$  et de la vitesse



6.2 : Influence de la longueur et de la pression

Figures 6.1-2 : Coefficient global de condensation d'un mélange vapeur-air (d'après Corradini)

#### 6.4. Commentaires

- (i) Le modèle numérique de Jones et Renz (1974) n'a pas été testé pour des grands nombres de Reynolds. Bien que la hauteur de la paroi dans les expériences de Dallmeyer (1970) ne soit que de 30 cm, Jones et Renz n'ont pas fourni les valeurs prises par les nombres de Reynolds et de Grashof, excluant ainsi la possibilité de tester des corrélations pour les nombres de Nusselt et de Scherwood.
- (ii) Corradini, en proposant d'utiliser les résultats de Nusselt pour le film de condensat, néglige l'effet de la tension de cisaillement  $\tau_i$  créée à l'interface par l'écoulement gazeux. Pour des grandes hauteurs de paroi, cette approximation peut être éronnée.

De plus Corradini, sacrifiant à la tradition, parle de *coefficient de condensation* conçu comme une conductance thermique. Cette notion n'a

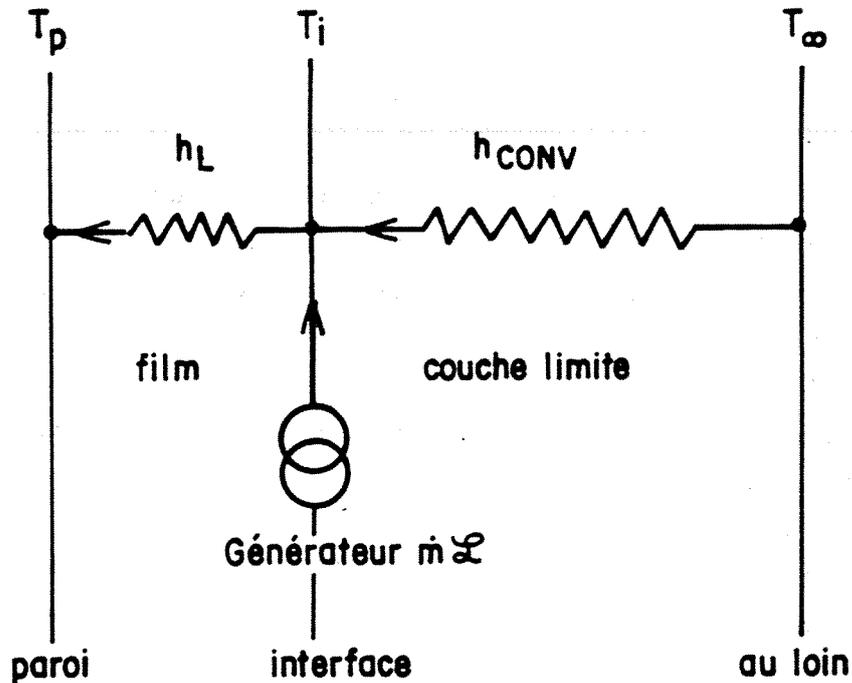


Figure 6.3 : Analogie électrique de la condensation.

pas de sens physique comme le montre le schéma de l'analogie électrique de la figure 6.3 et l'expression du bilan thermique (6.4). Toutes les analyses théoriques de la condensation montrent par ailleurs que :

$$\dot{m} \neq h (T_{\infty} - T_i) \quad (6.48)$$

- (iii) Les grandeurs molaires utilisées par Corradini ne sont utilisables que dans les problèmes où n'interviennent que les phénomènes de diffusion à l'exclusion des phénomènes de convection. Eckert et Drake (1972) indiquent que pour les phénomènes couplés de convection-diffusion, le fait d'employer dans les équations de l'impulsion et de la chaleur des vitesses massiques (et non molaires) implique par compatibilité l'usage des grandeurs massiques dans les équations de convection-diffusion. Aussi avons-nous présenté les résultats formulés à l'aide des fractions massiques (et non molaires) et des flux de diffusion massiques (et non molaires). De plus Corradini a confondu, semble-t-il, dans son équation de définition (16), le flux de diffusion  $j_V$  et le flux de condensation  $\dot{m}$  qui sont liés par l'équation :

$$j_V = - \dot{m} \omega_i \quad (6.49)$$

Suivre Corradini reviendrait pour nous à supprimer  $\omega_i$  au numérateur de la formule de définition (6.7) du nombre de Sherwood.

- (iv) Corradini (1983) a considéré que dans une enceinte de REP la condensation n'avait pour origine que la convection naturelle thermique, indépendamment des phénomènes de diffusion. Puisqu'il fallait calculer un transfert de masse, il a appliqué l'analogie de Colburn comme si la convection obtenue était forcée !...
- (v) Il faut remarquer avec insistance que l'on ne trouve pas, à notre connaissance, de corrélation donnant le coefficient de frottement  $C_f^0$  en convection naturelle turbulente, alors qu'en convection naturelle laminaire il constitue un résultat de calcul au même titre que le nombre de Nusselt :

$$Nu_x^0 = 0.502 (Gr_x Pr)^{1/4} \quad (6.50)$$

$$\frac{x^2}{\alpha \nu} \frac{\tau_i^0}{\rho} = 1.16 (Gr_x Pr)^{1/4} \quad (6.51)$$

## CONCLUSIONS

Notre étude bibliographique, bien que limitée, a montré la complexité de la condensation en présence d'incondensables, même dans la situation élémentaire de la paroi plane semi-infinie.

Nous avons écarté l'éventualité de la condensation en gouttes d'une part parce que son calcul est peu fiable et d'autre part parce que la condensation en film, plus simple à évaluer, minore le flux de chaleur évacué.

Malgré ces restrictions il s'avère que dans le cas général, la solution de la condensation en film le long d'une paroi plane en présence d'incondensables ne présente pas de similitude interne, i.e. la possibilité de réduction du nombre de variables d'espace. On ne pourrait donc éviter que difficilement les méthodes numériques à deux dimensions spatiales.

Toutefois il existe un catalogue, probablement incomplet, de solutions élémentaires de la condensation en régime laminaire auto-semblables, lorsqu'on donne des valeurs constantes à la température de paroi, et au loin, à la température, à la vitesse et à la fraction massique d'incondensable de l'écoulement incident. L'aspect essentiel de ces solutions est de résulter d'un couplage fort entre film et couche limite. Leur caractère élémentaire est dû à la prise en compte d'une seule force dans chaque phase. Pour la condensation en *convection forcée pure*, on ne tient pas compte de la gravité et la tension inter-faciale est la seule force appliquée à chaque phase. Pour la *convection naturelle pure*, seule la gravité est prise en compte alors que la tension inter-faciale est ignorée, laissant ainsi un couplage par le seul intermédiaire de la température inter-faciale. On dispose d'un *algorithme de calcul simple* pour chaque cas. Nous n'avons pas trouvé trace de solutions élémentaires où la condensation a lieu en *convection mixte*, e.g. un film s'écoulant par gravité et entraînant le gaz par le cisaillement, ou inversement un gaz s'écoulant par gravité et entraînant le film par le cisaillement.

Par ailleurs il n'apparaît pas clairement dans la littérature analysée comment les cas élémentaires ci-dessus dégénèrent en cas limites soit lorsque la fraction massique de vapeur est très faible, soit lorsque la fraction massique d'incondensable est très faible. Ce problème ouvert nous paraît crucial pour la compréhension des mécanismes de contrôle des phénomènes et notamment pour savoir dans quels cas il existe un découplage entre les phases (e.g. la solution de Nusselt).

La méthode approchée de calcul des couches limites dite *méthode intégrale* ou *méthode des profils* mériterait un regain d'intérêt à condition de reprendre leur formulation à l'aide d'un paramètre d'aspiration, à la place du paramètre classique de gradient de pression. Leur test à l'aide des solutions élémentaires en régime laminaire les rendraient séduisantes pour le régime turbulent dont les corrélations du Chapitre 6 seraient les données essentielles. Notons toutefois que pour la convention naturelle turbulente, il faudrait adjoindre une hypothétique corrélation de tension interfaciale.

En l'absence de méthode intégrale traitant simultanément les deux phases, il faudrait essayer d'imaginer une méthode intégrale ne traitant que le film liquide et qui pourrait ne nécessiter que l'intégration numérique d'un système différentiel ordinaire avec conditions initiales.

En ce qui concerne l'effet particulier de la surchauffe de la vapeur, nous avons noté que pour la condensation en convection forcée pure, le flux massique condensé avait tendance à diminuer lorsque la surchauffe augmentait, tandis que le flux de chaleur transmis à la paroi augmentait.

*Cette étude a été effectuée dans le cadre de la Commission Mixte EDF-CEA pour la sûreté des réacteurs à eau sous pression, et financée par moitié par EDF et le CEA.*

## REFERENCES

- AKERS, W.W., DAVIS Jr., S.H., CRAWFORD, J.E., 1960, Condensation of a vapor in the presence of a noncondensing gas, *Heat Transfer*, Chemical Engineering Progress Symposium Series, A I Ch E, Vol. 56, No 30, 139-144.
- BERNARD, J.J., DIEP, G.B., LEGAY-DESEQUELLES, F., PRUNET-FOCH, B., 1978, Transfert thermique avec changement de phase dans une couche limite laminaire incompressible, de température modérée et à faible niveau d'échange, 6ème Congrès International sur le Transfert de chaleur, Toronto, National Research Council of Canada, Hemisphere, Vol. 2, 335-339.
- BIRD, R.B., STEWART, W.E., LIGHTFOOT, E.N., 1960, *Transport Phenomena*, J. Wiley, New York.
- CORRADINI, M., 1983, Turbulent condensation on a cold wall in the presence of a noncondensable gas, *Thermal-Hydraulics of Nuclear Reactors*, Second International Topical Meeting, Santa Barbara, Merilo, M., Ed., ANS, Vol. 2, 1102-1110.
- DENNY, V.E. & JUSIONIS, V.J., 1972, Effects of noncondensable gas and forced flow on laminar film condensation, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, 315-326.
- ECKERT, E.R.G. & DRAKE Jr., R.M., 1972, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York.
- EDE, A.J., 1967, Advances in Free Convection, *Advances in Heat Transfer*, Hartnett, J.P. & IRVINE, T.F., Eds., Vol. 4, Academic Press, New York, 1-64.
- GROEBERG, H., ERK, S. & GRIGULL, U., 1961, *Fundamental of Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York.
- HANNEMAN, R.J., 1977, Recent advances in Drop-wise Condensation theory, ASME Winter Annual Meeting, Atlanta, 77-WA/HT-21.
- HIJIKATA, K, MORI, Y., 1973, Forced convective Heat Transfer of a Gas with condensing Vapor around a flat Plate, *Heat Transfer Japan Research*, Vol. 2, n°1, 81-101.
- HIRSHBURG, R.I., FLORSCHUETZ, L.W., 1982, Laminar Wavy-Film Flow : Part I, Hydrodynamic Analysis, Part II, Condensation and Evaporation, *Trans. ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, 452-464.

- JONES, W.P., RENZ, U., 1974, Condensation from a turbulent stream onto a vertical surface, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 17, 1019-1028.
- KAYS, W.M. & MOFFAT, R.J., 1975, The Behaviour of Transpired Turbulent Boundary Layers, *Studies in Convection, Theory, Measurement and Applications*, Vol. 1, Launder, B.E., Ed., Academic Press, N.Y., 223-319.
- LEGAY-DESEQUELLES, F., PRUNET-FOCH, B., & DIEP, G.B., 1982, Heat and Mass transfer in a low speed turbulent boundary layer with condensation, *Heat Transfer 1982*, 7<sup>th</sup> International Heat Transfer Conference, München, Grigull, U. et al., Eds., Hemisphere, Vol. 6, 123-127.
- LUCAS, K., 1976, Combined body force and forced convection in laminar film condensation of mixed vapours, integral and finite difference treatment, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, 1273-1280.
- MIKIC, B.B., 1969, On mechanism of dropwise condensation, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 12, 1311-1323.
- MINKOWYCZ, W.J. & SPARROW, E.M., 1966, Condensation heat transfer in the presence of noncondensables, interfacial resistance, superheating, variable properties, and diffusion, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 9, 1125-1144.
- MINKOWYCZ, W.J. & SPARROW, E.M., 1969, The effect of superheating on condensation heat transfer in a forced convection boundary layer flow, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 12, 147-154.
- MORI, Y. & HIJIKATA, K., 1973, Free convective condensation heat transfer with noncondensable gas on a vertical surface, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, 2229-2240.
- POINSOT, T., 1983, Etude des transferts thermiques par condensation de mélanges vapeur d'eau-gaz incondensables, Thèse de Docteur Ingénieur, Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Paris.
- REISBIG, R.L. & LAY, J.E., 1970, A Nucleation theory and an experimental study of dropwise condensation, *Heat Transfer 1970*, 4<sup>th</sup> International Heat Transfer Conference, Paris, Grigull, U. & Hahne, E., Eds, Elsevier, Amsterdam, Vol. 6, Cs 1, paper 2.

- ROHSENOW, W.M., WEBBER, J.H. & LING, A.T., 1956, Effect of vapor velocity on laminar and turbulent film condensation, *Trans. ASME*, Vol. 78, 1637-1643.
- ROSE, J.W., 1967, On the mechanism of dropwise condensation, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 10, 755-762.
- ROSE, J.W., 1969, Condensation of a vapour in the presence of a noncondensing gas, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 12, 233-237.
- ROSE, J.W., 1980, Approximate equations for forced convection condensation in the presence of a noncondensing gas on a flat plate and horizontal tube, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 23, 539-546.
- SCHLICHTING, H., 1979, *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill, New York.
- SOFRATA, H., 1980, Theoretical study of filmwise condensation considering wave initiation, *Wärme und Stoffübertragung*, Vol. 14, 201-210.
- SPARROW, E.M., & LIN, S.H., 1964, Condensation heat transfer in the presence of noncondensable gas, *Trans. ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 86 C, 430-436.
- SPARROW, E.M., MINKOWYCZ, W.J. & SADDY, M., 1967, Forced Convection Condensation in the presence of noncondensables and interfacial resistance, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 10, 1829-1845.
- SPINDLER, B., 1978, Structure des vagues et mécanismes des transferts à l'interface des films liquides, Commissariat à l'Energie Atomique, France, CEA-BIB-228.
- UMUR, A. & GRIFFITH, P., 1965, Mechanism of dropwise condensation, *Trans. ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 87 C, 275-282.



## ANNEXE A

### PREDICTION DE LA CONDENSATION DANS LES ENCEINTES

A la suite de l'accident de référence LOCA, i.e. la rupture d'une tuyauterie du circuit primaire, l'eau se répand sous forme de vapeur dans l'enceinte de confinement du REP et y fait monter la pression. La condensation de la vapeur sur les parois froides, qui entre temps s'est mélangée à l'air de l'enceinte, a pour effet de limiter la hausse de pression, puis à la longue d'entraîner une décroissance de celle-ci et probablement une désurchauffe de la vapeur.

#### A.1. Analyse bibliographique sommaire

La lecture de quelques articles montre qu'il n'existe pas de consensus sur la manière la plus simple et la plus efficace de prédire par le calcul l'évolution de la condensation dans une enceinte de REP. Nous restreignant à l'aspect physique de base, nous avons relevé que les algorithmes et les lois utilisées ne sont pas toujours conformes aux principes de conservation, notamment en ce qui concerne le bilan de l'énergie thermique à l'interface condensat liquide - espace gazeux.

Les auteurs qui négligent la présence du condensat et admettent que la température de la paroi et celle de l'interface sont égales, surestiment le flux de chaleur et la masse condensée. Les transferts de chaleur et de masse dans le mélange gazeux fournis par diverses corrélations, parfois discutables, sont corrigées de façon incorrecte pour tenir compte de l'effet d'aspiration de la couche limite. Certains résultats sont incompatibles avec les cas limites vapeur pure ou gaz incondensable sans vapeur.

Enfin il n'apparaît pas que les auteurs aient réfléchi au moyen de calculer simultanément à une cote donnée, et ensuite de proche en proche, l'épaisseur ou la résistance thermique du film de condensat, le flux  $\phi_L$ , la température interfaciale  $T_i$ , le flux massique condensé  $\dot{m}$  et le flux de chaleur  $\phi_i$  arrivant du mélange gazeux à l'interface. On n'a pas trouvé mention de la tension de cisaillement  $\tau_i$ , pourtant grandeur primordiale dans la détermination de l'épaisseur du film.

## A.2. Références Bibliographiques

- ALMENAS, K., 1982, Heat transfer from saturated and superheated atmospheres for containment analysis, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 71, n°1, 1-14.
- CARBAJO, J.J., 1981, Heat transfer coefficients under LOCA conditions in containment buildings, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 65, 369-386.
- GIDO, R.G. & KOESTEL, A., 1983, Containment condensing heat transfer, *Thermal-Hydraulics of Nuclear Reactors*, Second International Topical Meeting, Santa Barbara, Merilo, M., Ed., ANS, Vol. 2, 1111-1119.
- KROTIUK, W.J. & RUBIN, M.B., 1978, Condensing heat transfer following a loss-of-coolant accident, *Nuclear Technology*, Vol. 37, 118-128.

*Manuscrit reçu le 13 septembre 1984*

## NOMENCLATURE

$\alpha, \alpha_1$	constantes adimensionnelles, Eq. (3.30) et (3.34)
$A$	constante de Van Driest, Eq. (6.2)
$Ar_L$	nombre d'Archimède dans le film liquide, Es. (2.2)
$c$	constante adimensionnelle, Eq. (3.30)
$C_p$	chaleur sensible massique du mélange gazeux
$C_f$	coefficient de frottement, Eq. (6.5)
$D$	coefficient de diffusion binaire
$F$	fonction de courant réduite du mélange gazeux
$g$	accélération de la pesanteur
$g$	coefficient d'échange de masse, Eq. (6.44)
$Gr$	nombre de Grashof thermique, Eq. (6.16)
$Gr'$	nombre de Grashof massique, Eq. (6.19)
$Gr^\ddagger$	nombre de Grashof hybride, Eq. (6.23)
$h$	enthalpie massique, Eq. (3.6)
$h$	coefficient d'échange de chaleur
$j$	flux de diffusion surfacique, Eq. (2.14)
$k$	énergie cinétique massique de la turbulence
$k$	conductivité thermique du mélange gazeux
$k_L$	conductivité thermique du liquide
$K$	paramètre adimensionnel, Eq. (3.45)
$Ku$	nombre de Kutateladze, Eq. (3.41)
$l$	longueur, ou hauteur, de la paroi froide
$l_m$	longueur de mélange turbulent, Eq. (6.2)
$Le$	nombre de Lewis, Eq. (6.41)
$\mathcal{L}$	chaleur de vaporisation massique
$\dot{m}$	flux massique surfacique condensé, Eq. (2.11)
$M$	paramètre adimensionnel, Eq. (2.24)
$M_A$	masse molaire de l'air, de l'incondensable
$M_V$	masse molaire de la vapeur
$Mo$	nombre de Morton, Eq. (5.4)
$Nu$	nombre de Nusselt pour le mélange gazeux, Eq. (6.6)
$Nu_L$	nombre de Nusselt pour le film liquide, Eq. (2.2)
$p_\infty$	pression dans la couche limite gazeuse
$p^V$	pression partielle de vapeur du mélange gazeux

$Pr$	nombre de Prandtl, Eq. (3.22)
$r$	rayon des gouttes condensées, Eq. (1.1)
$r$	rapports de flux, Eq. (6.36-37)
$R$	constante du gaz
$R$	paramètre adimensionnel de la condensation, Eq. (2.24)
$Ra$	nombre de Rayleigh, Eq. (6.15)
$Re_x$	nombre de Reynolds pour le gaz, $\rho u_\infty x/\mu$
$Re_L$	nombre de Reynolds pour le film liquide, Eq. (3.21)
$Re_f$	nombre de Reynolds du film, Eq. (5.3)
$Sc$	nombre de Schmidt, Eq. (2.24)
$Sh$	nombre de Sherwood, Eq. (6.7)
$Sp$	nombre de Sparrow pour le mélange gazeux, Eq. (3.22)
$Sp_L$	nombre de Sparrow pour le film liquide, Eq. (2.2)
$T$	température du mélange gazeux
$T_L$	température du liquide
$u$	composante longitudinale de la vitesse du gaz
$u_L$	composante longitudinale de la vitesse du liquide
$\vec{v}$	vecteur vitesse de composantes $(u, v)$
$v$	composante transversale de la vitesse du gaz
$v_L$	composante transversale de la vitesse du liquide
$V_L$	volume spécifique du liquide
$x^A$	fraction molaire d'incondensable, $p^A/p$
$X$	fraction massique réduite, $(\omega - \omega_\infty) / (\omega_i - \omega_\infty)$
$x$	coordonnée longitudinale, parallèle à la paroi
$y$	coordonnée transversale, perpendiculaire à la paroi

### Lettres grecques

$\alpha$	diffusivité thermique du gaz
$\alpha_L$	diffusivité thermique du liquide
$\beta$	coefficient de dilatation thermique du gaz, $1/T_\infty$
$\beta$	amplitude relative des ondes d'interface
$\gamma$	coefficient d'accomodation, Eq. (1.1)
$\gamma$	coefficient de dilatation massique du gaz; Eq. (2.23)
$\Gamma$	paramètre adimensionnel, Eq. (2.24)
$\delta$	épaisseur du film liquide condensé
$\Delta$	épaisseur de la couche limite gazeuse

Lettres grecques -suite-

$\epsilon$	taux de dissipation de la turbulence
$\theta$	température réduite dans le film, $(T-T_p)/(T_i-T_p)$
$\theta$	facteurs de correction du défaut d'analogie, Eq. (6.27-29)
$\Theta$	température réduite dans le gaz, $(T-T_\infty)/(T_i-T_\infty)$
$\kappa$	constante de Karman, Eq. (6.2)
$\lambda$	longueur d'onde des vagues d'interface
$\mu$	viscosité dynamique du mélange gazeux
$\mu_L$	viscosité dynamique du liquide
$\nu$	viscosité cinétique du mélange gazeux
$\nu_L$	viscosité cinétique du liquide
$\xi$	fraction massique des gouttelettes, Eq. (3.10)
$\xi$	coordonnée affine dans le gaz
$\xi$	paramètre de la convection mixte, Eq. (4.1)
$\rho$	masse volumique du mélange gazeux
$\rho_L$	masse volumique du liquide
$\sigma$	tension superficielle liquide-gaz
$\tau_i$	tension visqueuse tangentielle, Eq. (2.12)
$\phi_i$	flux thermique surfacique, Eq. (2.13)
$\psi$	grandeur quelconque
$\omega$	fraction massique d'incondensable, $\rho^A/\rho$

Indices inférieurs

$A$	air, incondensable
$C$	phase continue
$D$	phase dispersée
$d$	transport de masse, Eq. (6.29)
$f$	film, ou frottement
$h$	transport de chaleur, Eq. (6.28)
$i$	à l'interface liquide-gaz
$l$	défini avec la longueur $\ell$
$m$	transport d'impulsion, Eq. (6.27)
$p$	paroi froide
$t$	turbulente

Indices inférieurs -suite-

$V$	vapeur
$x$	défini avec la longueur égale à l'abscisse $x$
$\infty$	au loin pour $y \uparrow \infty$

Indices supérieurs

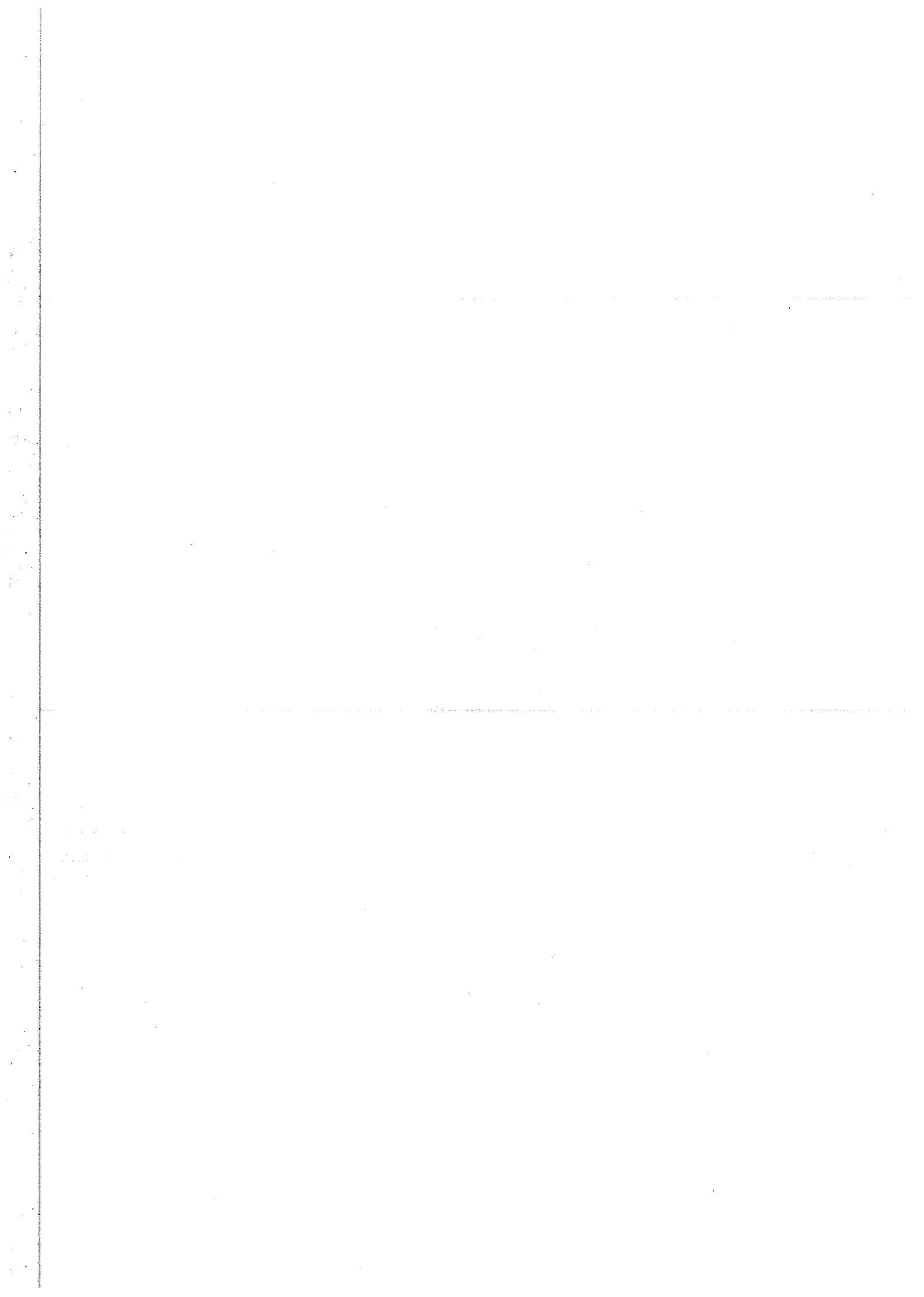
$A$	air, incondensable
$V$	vapeur
$SAT$	saturation
$o$	valeur de référence
'	convection massique
#	convection hybride
+	sous-couche visqueuse

Signes divers

$\bar{\psi}$	valeur moyenne de $\psi(x)$
$\underline{\Delta}$	égal par définition
$\sim$	équivalent numériquement
$\uparrow$	tend vers (valeurs inférieures)
$\downarrow$	tend vers (valeurs supérieures)
$\ln$	logarithme népérien
$\log$	logarithme décimal
$\ll$	beaucoup plus petit que
$O(\psi)$	du même ordre de grandeur que $\psi$
$\Leftrightarrow$	équivalent logiquement

*Achévé d'imprimer*  
*par*  
*le CEA, Service de Documentation, Saclay*  
*Octobre 1984*

**DEPOT LEGAL**  
*4ème trimestre 1984*



- Rapport CEA-R-5284 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble  
Institut de Recherche et de Développement Industriel  
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs  
Département des Réacteurs à Eau  
Service des Transferts Thermiques  
Secteur Etudes Fondamentales

ANALYSE DES ETUDES DE BASE  
SUR LA CONDENSATION EN PRESENCE D'INCONDENSABLE  
LE LONG D'UNE PAROI PLANE

par

Philippe VERNIER, Michel DALBE

- Octobre 1984 -



## SOMMAIRE

INTRODUCTION .....	1
1. CONDENSATION EN GOUTTES .....	3
1.1. Description qualitative du phénomène	
1.2. Méthode de calcul du coefficient d'échange	
1.3. Présence d'incondensables dans la vapeur	
2. CONDENSATION EN FILM - CONVECTION NATURELLE LAMINAIRES .....	5
2.1. Présentation du phénomène	
2.2. Méthodes utilisées	
2.3. Résultats obtenus	
2.4. Commentaires	
3. CONDENSATION EN FILM - CONVECTION FORCEE LAMINAIRES .....	15
3.1. Présentation du phénomène	
2.2. Méthodes utilisées	
2.3. Résultats obtenus	
2.4. Commentaires	
4. CONDENSATION EN FILM - CONVECTIONS MIXTE LAMINAIRES .....	27
4.1. Présentation du phénomène	
4.2. Méthodes utilisées	
4.3. Résultats obtenus	
4.4. Commentaires	
5. VAGUES D'INTERFACE ET TURBULENCE DU FILM .....	31
5.1. Présentation du phénomène	
5.2. Méthode de calcul du flux de chaleur	
5.3. Résultats obtenus	
5.4. Turbulence du film liquide	
6. CONVECTION TURBULENTE DU MELANGE GAZEUX .....	35
6.1. Présentation du phénomène	
6.2. Les méthodes utilisées	
6.3. Résultats obtenus	
6.3.1. Méthode numérique	
6.3.2. Corrélations de convection thermique et massique	
a) convection forcée	
b) convection naturelle	
c) corrections pour défaut d'analogie	
CONCLUSIONS .....	47
REFERENCES .....	49
ANNEXE A : Prédiction de la condensation dans les enceintes .....	53
A.1. Analyse bibliographique sommaire	
A.2. Références bibliographiques	
NOMENCLATURE .....	55

