Corrigé du devoir surveillé d'écoulements diphasiques du 30 janvier 2009

Hervé Lemonnier, DTN/SE2T/LIEX, CEA/Grenoble, 38054 Grenoble cedex 9
Tél. : 04 38 78 45 40, Fax : 04 38 78 50 45, Mél. : *herve.lemonnier@cea.fr*
Avec la collaboration d'Eric Royer, CEA/INSTN.

Dimensionnement d'un REB

1 Débit de refroidissement du coeur

On considère un écoulement monophasique liquide à saturation en entrée du coeur et un écoulement diphasique à l'équilibre thermodynamique avec un titre massique, x=0,15. Le bilan d'énergie sur le coeur, en régime permanent se réduit au bilan d'enthalpie,

$$M(h_S - h_E) = W \tag{1}$$

où M est le débit masse traversant le coeur, h est l'enthalpie massique, E et S se rapportent respectivement à l'entrée et à la sortie et W est la puissance thermique fournie au fluide. Selon l'énoncé l'entrée est en monophasique liquide à saturation et la sortie à l'équilibre thermodynamique,

$$h_E = h_{L\text{sat}}, \quad h_S = (1-x)h_{L\text{sat}} + xh_{V\text{sat}} \tag{2}$$

où x est le titre massique. En conséquence le débit masse traversant le coeur est donné par,

$$M = \frac{W}{h_S - h_E} = \frac{W}{xh_{LV}} \tag{3}$$

où $h_{LV} = h_{V\text{sat}} - h_{L\text{sat}}$ est l'enthalpie de changement de phase par unité de masse. Numériquement, on obtient,

$$M = \frac{3{,}9\,10^9}{0{,}15 \times 1506{,}1\,10^3} = 1{,}7263\,10^4 \text{ kg/s} = 17{,}263 \text{ t/s} \tag{4}$$

2 Taux de vide en sortie du coeur

On donne le titre massique en sortie du coeur et le glissement $\frac{<u_V>_2}{<u_L>_2} = 1{,}5$. La définition du titre massique donne la relation suivante,

$$x \triangleq \frac{M_V}{M_V + M_L} = \frac{A\alpha\rho_V v_V}{A(1-\alpha)\rho_L v_L + A\alpha\rho_V v_V} \tag{5}$$

où on a noté $v_k =< u_k >_2$, la vitesse moyenne de chaque phase et α le taux de présence de la vapeur dans la section. En inversant la relation (5), on obtient,

$$\alpha = \frac{x}{x + (1-x)\frac{\rho_V}{\rho_L}\frac{v_V}{v_L}}. \tag{6}$$

Avec les données numériques du problème, on obtient en sortie de coeur,

$$\alpha_S = 0{,}7044. \tag{7}$$

3 Pertes de pression dans le coeur

On rappelle que dans le modèle monodimensionnel, le bilan de quantité de mouvement permet de calculer les variations de pression,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}(A\alpha\rho_V v_V^2 + A(1-\alpha)\rho_L v_L^2) = -A\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} - \mathcal{P}\tau_W - A\rho g \tag{8}$$

où on notera que la perte de pression par frottement est opposée à la direction de l'écoulement, on note τ_W la contrainte de cisaillement moyenne en paroi, $\mathcal{P}$ est le périmètre frottant du coeur. On notera également que les forces de volume sont opposées à la direction du mouvement (vertical ascendant), ρ est la masse volumique du mélange et A est la section supposée constante de passage du fluide dans le coeur. En intégrant le bilan entre l'entrée et la sortie, on obtient,

$$p_S - p_E = \underbrace{-\left[\alpha\rho_V v_V^2 + (1-\alpha)\rho_V v_L^2\right]_E^S}_{\Delta p_A} \underbrace{-\frac{\mathcal{P}L}{A}\tau_W}_{\Delta p_F} \underbrace{-\overline{\rho}gL}_{\Delta p_G} \tag{9}$$

où $\overline{\rho}$ est la masse volumique moyenne dans le coeur et L la hauteur du coeur (c'est la longueur d'intégration du bilan).

3.1 Pertes de pression par accélération

On considère la première contribution du bilan (9).

$$\begin{aligned}\Delta p_A &= -\left[\alpha\rho_V v_V^2 + (1-\alpha)\rho_V v_L^2\right]_E^S \\ &= -\left[\frac{G_V^2}{\alpha\rho_V} + \frac{G_L^2}{(1-\alpha)\rho_L}\right]_E^S \\ &= -G^2\left(\frac{x^2}{\alpha_S\rho_V} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha_S)\rho_L} - \frac{1}{\rho_L}\right)\end{aligned} \tag{10}$$

où G est la vitesse massique du mélange constante dans tout le coeur. Numériquement, on obtient,

$$G = \frac{M}{A} = \frac{1{,}7263\,10^4}{8{,}3} = 2079{,}9 \text{ kg/m}^2\text{/s}, \tag{11}$$

puis pour la perte de pression,

$$\Delta p_A = -12{,}224 \text{ kPa} = -0{,}1222 \text{ bar} \tag{12}$$

3.2 Pertes de pression par frottement

On considère maintenant le deuxième terme du bilan (9).

$$\Delta p_F = -\frac{\mathcal{P}L}{A}\tau_W = -\frac{4}{D_h}\tau_W \tag{13}$$

où D_h est le diamètre hydraulique. On considère ici que seuls les crayons contribuent au frottement. On néglige la présence des boîtiers qui enferment les assemblages dans les technologies REB.

$$D_h = \frac{4A}{\mathcal{P}} = \frac{4\times 8{,}3}{62\times 872\times\pi\times 12{,}3\,10^{-3}} = 15{,}89 \text{ mm}. \tag{14}$$

La contrainte de cisaillement est donnée en monophasique par le coefficient de frottement C_f. On notera que le coefficient de frottement est lié au coefficient de perte de pression par frottement f par la relation $f = 4C_f$, et la perte de pression par frottement en monophasique est donnée par,

$$\tau_{WLO} = C_f\frac{G^2}{2\rho_L}, \quad \Delta p_{FL0} = -\frac{4L}{D_h}\tau_{WLO} = -\frac{fG^2L}{2\rho_L D_h} \tag{15}$$

Numériquement, on obtient avec $f = 0{,}015$,

$$\Delta p_{FL0} = -10{,}210 \text{ kPa} = -0{,}1021 \text{ bar} \tag{16}$$

Pour calculer la perte de pression par frottement en diphasique, on utilise le modèle de Martinelli & Nelson (Delhaye, 2008). Par lecture graphique, on obtient à 70 bar,

$$\frac{1}{x_S}\int_0^{x_S} \Phi_{L0}^2 \mathrm{d}x = \begin{cases} 3{,}162 & \text{pour } x_S = 0{,}1 \\ 4{,}830 & \text{pour } x_S = 0{,}2 \end{cases} \tag{17}$$

En interpolant linéairement en titre de sortie (0,15),

$$\frac{1}{x_S}\int_0^{x_S} \Phi_{L0}^2 \mathrm{d}x = 4{,}001. \tag{18}$$

La perte de pression par frottement en diphasique dans le coeur par le modèle de Martinelli & Nelson vaut alors,

$$\Delta p_F = \Delta p_{FL0}\,\frac{1}{x_S}\int_0^{x_S} \Phi_{L0}^2 \mathrm{d}x = -40{,}852 \text{ kPa} = -0{,}4085 \text{ bar} \tag{19}$$

3.3 Variation de pression hydrostatique

On considère maintenant le dernier terme du bilan (9)

$$\Delta p_G = -\overline{\rho} g L \tag{20}$$

On suggère d'évaluer la masse volumique moyenne avec un taux de présence moyen dans le coeur,

$$\alpha_C = \frac{\alpha_S}{2} = 0{,}3533. \tag{21}$$

Par définition, la masse volumique moyenne vaut,

$$\overline{\rho} = \alpha_C \rho_V + (1-\alpha_C)\rho_L = 492{,}3 \text{ kg/m}^3. \tag{22}$$

La perte de pression hydrostatique est donc de,

$$\Delta p_G = -17{,}867 \text{ kPa} = -0{,}1787 \text{ bar}. \tag{23}$$

4 Pertes de pression dans les séparateurs

On s'intéresse maintenant aux séparateurs placés au dessus du coeur. On ne considère que la perte de pression singulière en entrée des séparateurs et la variation de pression hydrostatique. Le séparateur étant un milieu libre, on y a négligé la perte de pression par frottement devant celle du coeur. On néglige également la perte de pression par accélération à l'aval de la singularité d'entrée car l'écoulement est adiabatique.

4.1 Pertes de pression singulière à l'entrée

La section de passage du coeur est de 8,30 m^2. Le séparateur est un milieu libre et sa section de passage augmente brutalement à 20,00 m^2. Il y aura donc une perte de pression par égalisation des profils de vitesse. On modélise cette perte de pression comme en monophasique en appliquant le bilan de quantité de mouvement entre la sortie du coeur et une section proche, à l'aval, où on considère les profils de vitesse monodimensionnels. On suppose de plus,

- que la pression exercée sur le fluide à la sortie du coeur est uniforme (modèle de Borda-Carnot),
- que le glissement reste identique entre ces deux sections (faute de mieux...),

- que, le séparateur étant adiabatique, le titre de vapeur reste constant.
- Pour la perte de pression singulière, on néglige les forces de volume, qui seront prises en compte globalement ensuite.

Le bilan de quantité de mouvement, s'énonce,

En régime permanent, le flux net sortant de quantité de mouvement est égal à la somme des forces appliquées.

En notant 1 et 2 les sections d'entrée et de sortie des séparateurs et en projetant le bilan sur la direction de l'écoulement, on a

$$-A_1\left(\alpha\rho_V v_V^2 + (1-\alpha)\rho_L v_L^2\right)_1 + A_2\left(\alpha\rho_V v_V^2 + (1-\alpha)\rho_L v_L^2\right)_2 = A_2(p_1 - p_2) \tag{24}$$

On a vu plus haut que le debit de quantité de mouvement peut également s'écrire,

$$A_k\left(\alpha\rho_V v_V^2 + (1-\alpha)\rho_L v_L^2\right)_k = A_k G_k^2\left(\frac{x^2}{\alpha_S\rho_V} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha_S)\rho_L}\right) = \frac{A_k G_k^2}{\widetilde{\rho}_k} \tag{25}$$

En utilisant le bilan de masse $A_1G_1 = A_2G_2$, on obtient finalement,

$$A_2(p_1 - p_2) = -\frac{A_1G_1^2}{\widetilde{\rho}_1} + \frac{A_1^2}{A_2}\frac{G_1^2}{\widetilde{\rho}_2} \tag{26}$$

En considérant que les masses volumiques $\widetilde{\rho}$ sont identiques (mêmes valeurs de α et de x),et en mettant le résultat sous la forme d'une variation de pression entrée-sortie comme aux questions précédentes, $p_S - p_E = -(p_1 - p_2)$, on a,

$$p_S - p_E = \frac{G_1^2}{\widetilde{\rho}}\frac{A_1}{A_2}\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right) \tag{27}$$

ce qui aux notations près est la relation demandée. On obtient numériquement pour la perte de pression singulière,

$$\Delta p_{SS} = p_S - p_E = 4{,}387 \text{ kPa} = 0{,}0439 \text{ bar} \tag{28}$$

Attention, il s'agit ici d'une élévation de pression. En écoulement monophasique le calcul fait ici est cohérent avec le résultat classique donné par exemple par Bird *et al.* (2007, p. 209).

4.2 Variation de pression hydrostatique dans les séparateurs

Pour la variation de pression hydrostatique, on utilise le même calcul que dans le coeur. Le taux de vide varie entre celui de la sortie du coeur et la sortie du séparateur (vapeur pure),

$$\alpha_S = \frac{1+\alpha_C}{2} = 0{,}8522, \quad \overline{\rho} = 140{,}5 \text{ kg/m}^3. \tag{29}$$

La variation de pression hydrostatique est donnée par,

$$\Delta p_{GS} = -\overline{\rho}gL = -4687 \text{ Pa} = -0{,}0469 \text{ bar}. \tag{30}$$

5 Fonctionnement en convection forcée

5.1 Débit d'alimentation

En régime permanent le débit masse net sortant du réacteur est nul. Il produit un débit de vapeur que l'on peut déduire de la première question. Le titre de vapeur est connu et le débit de recirculation aussi.

$$M_V = Mx = 0{,}15 \times 17{,}263 = 2{,}589 \text{ t/s}. \tag{31}$$

Le débit d'alimentation est égal au débit de vapeur produit,

$$M_A = M_V = 2{,}589 \text{ t/s}. \tag{32}$$

5.2 Puissance des pompes

La variation de pression aux bornes du downcomer est réduite à la variation de pression hydrostatique,

$$\Delta P_{DC} = +\rho_L g L_{DC} = 51{,}544 \text{ kPa} = 0{,}5154 \text{ bar} \tag{33}$$

Il s'agit ici de la variation de pression entrée-sortie du downcomer. Elle est positive car l'écoulement se fait dans le sens des forces de volume. On notera que du coté réacteur, toutes les variations de pression (entrée-sortie, c'est à dire dans le sens de l'écoulement) ont le même signe, le frottement, la gravité et l'accélération contribuent à diminuer la pression dans le sens de l'écoulement. Seule la variation de pression singulière est de signe positif. En additionnant toutes les contributions calculées jusqu'à maintenant, on obtient,

$$\begin{aligned}\Delta p &= \Delta p_A + \Delta p_F + \Delta p_G + \Delta p_{SS} + \Delta p_{GS} + \Delta p_{DC} \\ &= -0{,}1222 - 0{,}4085 - 0{,}1787 + 0{,}0439 - 0{,}0469 + 0{,}5154 \\ &= -0{,}1970 \text{ bar}\end{aligned} \tag{34}$$

La variation de pression aux bornes du circuit (entrée-sortie est négative, le circuit est donc globalement résistant). La variation de pression, aux bornes de la pompe est donc positive,

$$\Delta p_{\text{pompe}} = 0{,}197 \text{ bar}. \tag{35}$$

La puissance mécanique fournie par la pompe est donnée par,

$$P = Q\Delta p_{\text{pompe}} = \frac{M}{\rho}\Delta p_{\text{pompe}} = 459{,}6 \text{ kW}, \tag{36}$$

où $Q = 23{,}33$ m^3/s est le débit volumique traversant la pompe.

5.3 Puissance électrique de pompage

Le rendement de la pompe vaut η =30%, la puissance électrique à fournir est,

$$P_e = \frac{P}{\eta} = 1{,}532 \text{ MW} \tag{37}$$

6 Fonctionnement en convection naturelle

6.1 Principe physique

On a montré que le circuit avait une caractéristique globale résistante. En intercalant une cheminée entre le coeur et les séparateurs, on allège la branche du circuit coté réacteur au dépens du downcomer qui se trouve maintenant rallongé. Dans ces conditions, on peut adapter la longueur de la cheminée pour que la variation de pression aux bornes du circuit soit nulle : les pompes ne sont alors plus nécessaires pour assurer la circulation du fluide dans le réacteur.

6.2 Hauteur de la cheminée

Dans le sens de parcours du fluide, en ne considérant que les variations de pression hydrostatique, il suffit de rajouter aux variations de pression calculées précédemment (34),

- la contribution supplémentaire de la cheminée. L'écoulement y étant adiabatique, on considère que le taux de vide est constant dans la cheminée et égal à sa valeur en sortie de coeur,

$$\Delta p_{Ch} = -\overline{\rho} g L. \tag{38}$$

– La contribution supplémentaire dans le downcomer, sous les mêmes hypothèses (on ne prend en compte que la variation de pression hydrostatique), vaut,

$$\Delta p_{DC} = +\rho_L g L, \tag{39}$$

où L est maintenant la hauteur inconnue de la cheminée. La variation de pression totale aux bornes du circuit, en régime de convection naturelle, est donnée par,

$$\Delta p_{CN} = \Delta p + \Delta p_{Ch} + \Delta p_{DC} = \Delta p + gL(\rho_L - \overline{\rho}), \tag{40}$$

où la masse volumique moyenne dans la cheminée est donnée par,

$$\overline{\rho} = \alpha_S \rho_V + (1 - \alpha_S)\rho_L = 244{,}5 \text{ kg/m}^3. \tag{41}$$

On en déduit la hauteur minimum de la cheminée pour que la variation de pression soit non négative,

$$L = -\frac{\Delta p}{g(\rho_L - \overline{\rho})} = 4{,}05 \text{ m}, \tag{42}$$

où on rappelle que Δp est donné par (34).

Références

Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. 2007. *Transport phenomena.* Revised second edn. John Wiley & Sons.

Delhaye, J.-M. 2008. *Thermohydraulique des réacteurs nucléaires.* Collection génie atomique. EDP Sciences. Chap. 8-Pertes de pression dans les conduites, pages 275–317.